L'ARGUMENT ONTOLOGIQUE D'ANSELME N'EST PAS ONTOLOGIQUE

Jean-Pierre Desclés[1]
Sorbonne Université

Nous cherchons à explorer comment la Logique Combinatoire, conçue comme une logique des compositions et transformations d'opérateurs quelconques, pouvait éventuellement contribuer à approfondir l'analyse logique du célèbre argument présenté par Anselme, et nuancer éventuellement certaines des critiques qui lui ont été adressées, comme, par exemple, celle de J. Vuillemin[2], qui s'est placé dans le cadre de la logique classique et de la théorie des ensembles. Le célèbre argument a déjà été commenté, analysé et évalué par d'éminents philosophes et logiciens, entre autres Descartes, Leibniz, Kant, Gödel..., avec souvent, il faut le constater, des conclusions loin d'être convergentes[3]. Cet argument est de nouveau l'objet de notre propre analyse logique que nous avons eu déjà l'occasion de présenter[4] ; nous visons dans le présent article à analyser plus profondément certains points délicats, en particulier à préciser le rôle et la signification de la relation « est plus grand que » utilisée par Anselme dans ses preuves.

1. Introduction

Anselme souhaite passer d'une *« concatenatio argumentorum »* présentée dans le *Monologion* à un *« unum argumentum »* énoncé dans le *Proslogion*[5] : « [...] J'ai commencé à chercher s'il se pouvait trouver par hasard un argument unique qui n'eût pas besoin de nul autre que soi-même pour se prouver et qui, seul, suffit à garantir que Dieu est vraiment, qu'Il est le bien suréminent, n'ayant besoin de nul autre, dont tous ont besoin pour être, et être bien (...) » (*Préambule*, p. 93). La forme linguistique *Id quo nihil maius cogitari possit* [« quelque chose dont rien de plus grand ne puisse être pensé »][6] vise à désigner, à partir de la compréhension de sa signification, l'entité qui est Dieu. Cette expression linguistique est proposée à l'*insipiens* [l'incroyant] pour entrer en dialogue au sujet de cette entité ; c'est en tant que logicien et philosophe, qu'Anselme propose à l'*insipiens* de déduire certaines conséquences qui s'imposent à partir de la seule « compréhension » de la signification de *Id quo nihil maius cogitari possit.* Anselme veut montrer que si l'*insipiens* a vraiment compris la signification de cette expression, l'énoncé négatif *Deus non est* [« Dieu n'est pas »] est en contradiction avec cette signification ; si, au contraire, ayant pris acte de cette signification, l'incroyant qui continue à affirmer *Deus non est*, est un insensé [*insipiens*], car ou bien il vit dans la contradiction, ou bien, il n'a pas réellement compris ce que signifie *Id quo nihil maius cogitari possit* et, par conséquent, il ne comprend pas ce qu'il dit à chaque fois qu'il énonce : *Deus non est.* Remarquons que *Id quo nihil maius cogitari possit* n'est pas une caractérisation de « l'essence » de Dieu ; c'est une erreur qui est commise par de très nombreux commentateurs, en particulier par

[1] J.-P. Desclés est professeur émérite (Informatique appliquée aux sciences humaines), rattaché au groupe de recherche LaLIC (Langues, Logiques, Informatique, Cognition) de l'équipe de recherche STIH (Sens, Textes, Informatique, Histoire) de Sorbonne Université.
[2] Vuillemin J., *Le Dieu d'Anselme et les apparences de la raison,* Paris, Aubier-Montaigne, 1971.
[3] Citons aussi K. Barth, Y. Cattin, M. Corbin, P. Gilbert, E. Gilson, J. Moreau, R. Payot, J. Vuillemin ; voir les références bibliographiques à la fin de l'article.
[4] Desclés J.-P., 1991, 2017 ; voir aussi Desclés J.-P. et *al.* vol. II, 2016, p. 533–556.
[5] Anselme de Cantorbéry, 1983 ; Anselme de Cantorbéry, 1993.
[6] A. Koyré propose la traduction suivante : « quelque chose dont on ne peut rien concevoir de plus grand ».

Gaunilon, l'adversaire d'Anselme[7]. Contrairement à ce qui a été parfois affirmé, l'argument d'Anselme n'est pas une preuve ontologique de l'existence de Dieu[8]. En effet, l'argument s'appuie sur la signification de l'expression linguistique complexe *Id quo nihil maius cogitari possit* et en déduit des conséquences logiques. Beaucoup de commentateurs ont fait un amalgame des trois noms[9] de Dieu, en s'orientant directement vers des analyses ontologiques et métaphysiques. La démarche d'Anselme est plus subtile car il convient, pour lui, de savoir distinguer explicitement le nom présenté par une unité linguistique, éventuellement complexe, du concept que cette unité linguistique exprime. L'expression *Id quo nihil maius cogitari possit* sera désormais évoquée plus simplement par l'expression *Id quo...* et l'entité qu'elle désigne par « *Id quo...* ». « *Proslogion, id est Alloquium* » est une « allocution » où quelqu'un parle à quelqu'un. L'interlocuteur d'Anselme n'est pas seulement l'*insipiens*, même si c'est lui qui est principalement concerné par l'*argumentum*[10]. Anselme et ses interlocuteurs possèdent en commun la raison [*Ratio*]. Anselme n'exige pas de l'*insipiens* qu'il prenne en considération l'identification du croyant entre « le Dieu de la foi » et « *Id quo...* » ; il lui demande simplement de « comprendre » l'expression *Id quo ...*, en lui reconnaissant ainsi la capacité cognitive de se représenter dans son intelligence [*in intellectu*] la propriété exprimée par *quo nihil maius cogitari possit.* Dans le *Proslogion,* Anselme enchaîne deux arguments[11] : (i) une preuve d'existence *de facto ;* (ii) une preuve d'existence *de jure,* où est affirmé la nécessité de l'existence. Que signifient vraiment, dans ces arguments, les expressions *Id quo nihil maius cogitari possit* et *non potest cogitari non esse* ? L'argument repose sur des définitions et des implicites supposés être acceptés par quiconque convoqué à l'examen de l'argument. Quels sont les implicites ? Nous en relevons au moins quatre. (H_1) Dieu est celui qui est désigné par « *Id quo...* » ; cette proposition a été révélée à Anselme par sa foi ; elle est assertée par le croyant. (H_2) L'objet « *Id quo...* » est représentable par l'intelligence, [*esse in intellectu*], autrement dit, l'*insipiens* est capable de construire une signification attachée à *Id quo...* et ainsi de concevoir une représentation par une entité individuelle désignée par cette expression. (H_3) Exister dans l'intelligence et dans la réalité « est plus grand » qu'exister dans l'intelligence seule. Nous ajoutons l'implicite (H_4) : la signification de « est plus grand que » entre propriétés prédicatives est la même pour Anselme, pour l'*insipiens* et pour n'importe quel logicien ou philosophe.

L'implicite (H_2) reçoit facilement une lecture cognitive contemporaine : la signification d'une expression linguistique d'une propriété prédicative passe par une « représentation mentale » [*in intellectu*]. L'argumentation d'Anselme se déploie dans un espace intensionnel de propriétés prédicatives[12] et non pas dans un univers de classes

---

[7] Gaunilon a émis une série d'objections que l'*insipiens* pourrait présenter contre *l'unum argumentum* dans le *Liber Gaunilonis pro insipiente* ; Anselme y a répondu en signalant les méprises que Gaunilon a commises ; voir Anselme de Cantorbéry, 1982, trad. A. Koyré.

[8] C'est la position de, par exemple, Barth K., 1985 et de Corbin M., 2004.

[9] Les trois noms de Dieu sont, d'après Corbin : (i) *Id quo maius cogitare nequit,* c'est le nom qui sert d'unique argument dans le *Proslogion ;* (ii) *Summum omnium,* exprime dès le *Monologion,* le moment de la négation par transcendance ; (iii) *maius quam cogitari possit* apparaît plus tard (chapitre XV) : « Au lieu d'un seul nom dans le *Monologion,* il y en a donc trois qui surgissent dans cet ordre même. Leur succession et leurs différences portent probablement le sens véritable du *Proslogion* et la condition d'intelligibilité de la célèbre preuve de Dieu (cc. II à IV), à tort séparée de son contexte dans la quasi-totalité des commentaires » (*ibid.,* p. 220).

[10] Cattin Y., 1986, p. 8–12.

[11] *Ibid.,* p. 150–153 ; p. 179.

[12] Sur l'opposition entre « intension » et « extension », la Logique de la Détermination des Objets (LDO), présentée plus loin, propose une formalisation qui complexifie l'opposition « étendue » *versus* « idée » de la

extensionnelles d'entités individuelles, aussi toute entreprise qui souhaite formaliser le raisonnement complexe d'Anselme dans un langage purement extensionnel ne paraît-elle pas reprendre adéquatement les mécanismes intellectuels mis en jeu. Gaunilon commet une erreur grave en assimilant « le plus grand de tous » avec « celui dont on ne peut pas concevoir de plus grand », Anselme le lui reprochera vigoureusement (*Liber apologeticus*, ch. V). Si « le plus grand de tous » est un élément d'une classe extensionnelle, en revanche, « celui dont on ne peut pas concevoir de plus grand » est difficilement appréhendable par une visée extensionnelle. L'implicite (H_4) présente, à nos yeux, de réelles difficultés. Pourtant, le rôle de « est plus grand que » est fondamental, c'est lui qui fait progresser le raisonnement. Dans un premier temps, nous allons accepter provisoirement cet implicite (H_4) pour y revenir dans un second temps et en présenter une analyse encore ouverte à la discussion.

2. Cadres logiques de l'analyse

Notre analyse ne se développe pas dans le cadre de la « logique classique », ou Logique du Premier Ordre (LPO)[13], mais dans celui de la Logique de la Détermination des Objets (LDO) qui vise une analyse logique des processus de catégorisation d'objets plus ou moins déterminés, ces objets ayant éventuellement des occurrences existantes entièrement déterminées. La LDO se déploie dans le formalisme applicatif de la Logique Combinatoire (LC) typée de H. Curry. Avant d'entreprendre l'analyse logique de *l'unum argumentum* avec la LDO, nous allons présenter brièvement quelques aspects non techniques de la LC typée.

2.1. Brève présentation de la Logique Combinatoire (LC)

Certaines notions de la LC ont été introduites dans l'unique article de M. Schönfinkel (1924) mais l'ensemble du formalisme a été développé par H. B. Curry à partir de 1930, pour répondre aux insuffisances de la formalisation complète du mécanisme de substitution et pour entreprendre une analyse logique des conditions d'émergence des paradoxes[14].

La LC est un formalisme applicatif où toutes les expressions, dites applicatives, sont construites au moyen de l'opération primitive *d'application* (désignée par '@') d'un *opérateur* à un *opérande* ; X étant un opérateur, Y son opérande, le résultat Z de l'application de X à Y est : 'Z = X @ Y' ; Z est une expression applicative qui, selon son contexte, pourra fonctionner soit comme un opérateur, soit comme un opérande. Notons plus simplement l'application de X à Y par 'XY'. Selon nous, la LC doit être pensée comme une logique d'opérateurs quelconques qui sont intrinsèquement composés et transformés par des opérateurs abstraits, appelés « combinateurs », indépendamment des domaines sur lesquels agissent les opérateurs composés ou transformés. Tous les combinateurs qui réalisent les processus opératoires intrinsèques de composition et de transformation sont également des expressions applicatives définies à partir d'un nombre

---

Logique de Port-Royal ; sur *La Logique ou l'art de penser*, voir, entre autres, Pariente J-C., 1985 ; Desclés J.-P., 1986 ; Le Guern M., 2003.

[13] Signalons qu'une analyse logique très intéressante de « la preuve de l'existence de Dieu » d'Anselme a été proposée dans le cadre de la logique classique par Vidal-Rosset J. ; voir sa contribution dans ce même dossier pour la comparer à l'analyse présentée ici.

[14] Sur la LC, voir Schönfinkel M., 1924 ; Curry H., 1930 ; Curry H. et Feys R., 1958 ; Curry H., Hindley J. R. et Seldin J. P., 1972 ; Fitch F., 1974 ; Hindley J. R. et Seldin J. P., 1980, 2008 ; pour une présentation de la LC en français, voir Grize J.-B., 1973, p. 61–76 ; Ginisti J.-P., 1988 ; Desclés J-P., Guibert G. et Sauzay B., vol. I et II, 2016.

très restreint de combinateurs élémentaires. L'action opératoire de chaque combinateur élémentaire est présentée[15] par une règle d'introduction et d'élimination dans le style de la déduction naturelle de Gentzen ; quand ils agissent sur des opérandes, les combinateurs construisent des relations, dites de β-réduction et de β–expansion, entre expressions applicatives. Comme exemple de règles d'introduction et d'élimination, voici celles des deux combinateurs élémentaires de composition, le combinateur **B** et le combinateur **Φ** :

Combinateur **B** (de composition fonctionnelle) :

f(g(x))	(**B**fg)(x)
--------- [int. **B**]	------------ [elim. **B**]
(**B**fg)(x)	f(g(x))

Combinateur **Φ** (de composition en parallèle par intrication) :

(f(g(x)))(h(x))	(**Φ** fgh)(x)
------------------ [int. **Φ**]	-------------------- [elim. **Φ**]
(Φ fgh) (x)	(f(g(x)))(h(x))

En plus des deux combinateurs **B** (de composition fonctionnelle) et **Φ** (de composition en parallèle par intrication), nous avons le combinateur **S** (de fusion) qui effectue également une composition de deux opérateurs ainsi que les combinateurs de transformation qui s'appliquent à des opérateurs pour construire d'autres opérateurs : **I** (d'identité), **W** (de diagonalisation par duplication des opérandes), **C** (de conversion pas permutation des opérandes), **C*** (de transposition), **K** (construction d'un opérateur constant). Les combinateurs élémentaires ne sont pas indépendants ; on démontre qu'ils peuvent être engendrés à partir d'un nombre fini de combinateurs de base (au moins deux, en général **S** et **K**)[16]. Tous les combinateurs, par exemple '**BSKSK**' et '**WWW**', sont des expressions applicatives constituées uniquement de combinateurs élémentaires. En s'appliquant à des opérateurs quelconques, un combinateur construit une nouvelle expression applicative qui exprime un opérateur complexe ; lorsque ce dernier s'applique à un opérande, on obtient souvent, grâce aux éliminations des combinateurs élémentaires, une expression applicative ne contenant plus une seule occurrence d'un combinateur élémentaire. À titre d'exemple, dans l'expression applicative '(**BSKSK** f g) x', les symboles 'f' et 'g' représentent des opérateurs quelconques qui sont composés par le combinateur **BSKSK** tandis que 'x' est une variable ; l'application de l'opérateur complexe '(**BSKSK** f g)' à 'x' construit, en plusieurs étapes, l'expression applicative 'f (g x)' réduite, qui ne contient aucune occurrence d'un combinateur élémentaire ; cette construction est une déduction qui procède, à chaque étape, par l'élimination d'un combinateur élémentaire :

1. (**BSKSK** f g) x	hyp.
2. (**S**(**KS**)**K** f g) x	[elim. **B**], 1.
3. **KS** f (**K** f) g x	[elim. **S**], 2.

[15] Sur l'utilisation de la déduction naturelle dans la présentation de la LC, voir Fitch F., 1974 ; Desclés J-P. et *al.*, vol. I, 2016, p. 41–66.

[16] Par exemple, il est facile de démontrer les équivalences suivantes entre combinateurs : [**I** = **SKK**], [**B = S(KS)K**], [**W** = **SS(KI) = SS(K(SKK))**] ... ; voir Curry H., 1958, p. 152–185 ; Desclés J.-P. et *al.*, vol. I, 2016, p. 67–144.

4. **S**(**K** f) g x [elim. **K**], 3.
5. **K** f x (g x) [elim. **S**], 4.
6. f (g x) [elim. **K**], 5.

Cette déduction engendre la relation de β-réduction : [(**BSKSK** f g) x $->_\beta$ f (g x)] : l'expression applicative 'f (g x)' est la « forme réduite » de '(**BSKSK** f g) x'. Remarquons toutefois que toute expression applicative formée à l'aide de combinateurs n'est pas toujours β-réductible par l'élimination de tous les combinateurs élémentaires qui la composent[17].
H. Curry a développé la LC en refusant de « chasser » du champ d'étude de la logique l'examen de l'émergence des paradoxes ; en cela, il était en opposition avec B. Russell qui considérait que les expressions paradoxales étaient « sans signification ». Pour Curry, si on arrive à montrer que certaines expressions, par exemple « l'auto-application de la non auto-applicativité »[18], n'ont pas le statut d'une proposition, étant équivalentes à leurs négations, il est cependant naturel d'étudier les mécanismes (par l'application de certains combinateurs), qui construisent de telles expressions paradoxales[19]. Curry a également entrepris une étude plus poussée des mécanismes formels de substitution, ce qui l'a orienté vers une analyse critique de la notion polysémique de « variable »[20]. La LC de Curry est *une logique sans variables liées*. Elle entre, au moins sur ce point, en opposition avec le λ-calcul de Church[21] qui, d'une part, doit représenter les opérateurs (simples et complexes) par des expressions applicatives avec des variables liées et d'autre part, lors de l'exécution des opérations d'application d'opérateurs à des opérandes, il doit effectuer certaines substitutions en renommant obligatoires des variables liées, pour éviter des changements de signification et des calculs incorrects, générateurs de « bugs ». Dans la présentation standard des quantificateurs, la logique classique doit recourir à des variables liées alors que sa présentation sans variables liées dans le cadre de la LC constitue ce que Curry a appelé la « logique illative », ce qui permet d'entreprendre de nouvelles analyses logiques de la quantification et de la détermination[22]. Un formalisme *sans variables liées* est plus général (ou « plus grand » au sens d'Anselme) qu'un formalisme *avec variables liées* (comme le calcul des prédicats ou le λ-calcul de Church) puisque les variables sont toujours dépendantes de domaines d'interprétation.
Pour représenter un opérateur complexe, la LC construit, en composant ou en transformant des opérateurs quelconques, une expression applicative 'X' ; dans une application de X à une séquence d'opérandes Y_1, ..., Y_n, elle calcule la β-réduction de l'expression applicative '(...(XY_1)...)Y_n', à sa forme réduite, qui ne contient aucune occurrence de combinateurs ; cette forme réduite, quand elle existe, est appelée sa « forme normale », qui exprime « sa signification », plus ou moins simple. L'important théorème de Church-Rosser affirme que, s'il existe une forme normale qui a été obtenue par une β-réduction d'une expression applicative construite avec des combinateurs, cette forme normale est nécessairement unique, quels que soient les différents chemins calculatoires

---

[17] L'expression applicative '(**WWW** f) x' ne peut pas être réduite puisque l'élimination de la première occurrence de '**W**' a pour effet de dupliquer la dernière occurrence de **W**, d'où la β -relation : [(**WWW** f) x $->_\beta$ (**WWW** f) x] et ainsi de suite…
[18] Cette expression exprime le « paradoxe de Russell », voir Desclés J.-P. et *al*., vol. I, p. 187–196.
[19] Voir Curry H., 1958, p. 177–179 ; Desclés J.-P. et *al*., 2016, vol. I, p. 175–200.
[20] Sur une analyse critique de la notion de variable, voir Curry H., 1958, p. 52–57 ; Desclés J.-P. et *al*., vol. II, 2016, p. 19–122.
[21] Church A., 1941. Voir aussi Hindley J. R. et Seldin J. P., 2008, p. 1–20 ; Desclés J.-P. et *al*. vol. I, 2016, p. 145–174.
[22] Sur le « calcul illatif », voir Desclés J.-P. et *al*., vol. II, 2016, p. 235–282.

empruntés. Ce théorème et ses conséquences justifient la fondation solide des calculs effectués dans le cadre de la LC (et du λ-calcul de Church, qui en est, par ailleurs, une forme proche). La LC est une logique de composition et de transformation d'opérateurs quelconques qui permet de donner forme aux opérations cognitives de l'esprit[23] :

> « The acts of the mind, wherein it exerts its power over simple ideas, are chiefly these three : 1. Combining several simple ideas into one compound one, and thus all complex ideas are made. 2. The second is bringing two ideas, whether simple or complex, together, and setting them by one another so as to take a view of them at once, without uniting them into one, by which it gets all its ideas of relations. 3. The third is separating them from all other ideas that accompany them in their real existence: this is called abstraction, and thus all its general ideas are made. » (John Locke, *An Essay Concerning Human Understanding*, 1690)

En faisant abstraction des domaines des opérateurs sur lesquels elle opère, puisqu'elle ne recourt pas à des variables liées, la LC a pour horizon un « opératoire pur » où les opérateurs sont représentés « en soi », indépendamment des domaines sur lesquels ils agissent[24]. C'est une des raisons qui la rendent parfaitement adéquate à supporter les analyses logico-philosophiques de concepts comme ceux de *l'unum argumentum.*

2.2. Types fonctionnels de Church

Les expressions applicatives de la LC, qu'elles soient opérateurs ou opérandes, peuvent être contraintes à être de différents types pour pouvoir être les composants « cohérents » d'une application. Les types ne sont pas les types hiérarchisés de Russell mais les *types fonctionnels* de Church[25], ceux-ci sont engendrés à partir d'un ensemble de types de base par les règles :

1. (i) les types de base (ou sortes) sont des types fonctionnels ;
2. (ii) si 'α' et 'β' sont des types fonctionnels, alors '**<u>F</u>**αβ' est un type fonctionnel.

Le type fonctionnel '**<u>F</u>**αβ' est le type de tous les opérateurs susceptibles de s'appliquer à des opérandes de type 'α' afin de construire des résultats de type 'β'. Un opérateur 'X' de type '**<u>F</u>**αβ' est noté [**<u>F</u>**αβ : X], son application à un opérande 'Y' de type 'α', a pour résultat l'expression 'XY' de type 'β' ; la règle d'application, analogue au *modus ponens* pour l'implication, prend la forme :

$$\frac{\underline{\mathbf{F}}\alpha\beta : X \qquad \alpha : Y}{\beta : XY}$$

Si nous désignons par *H* le type de base des propositions et par *J* le type de base des objets individuels, la logique illative (ou la présentation de la logique classique dans le cadre formel de la LC) se présente comme un formalisme applicatif typé où le type fonctionnel des connecteurs propositionnels est **<u>F</u>***H*(**<u>F</u>***HH*) ; le type de la négation propositionnelle N est **<u>F</u>***HH* ; les types des prédicats unaires et binaires sont **<u>F</u>***JH* et $\underline{\mathbf{F}}^2 JH = \underline{\mathbf{F}}J(\underline{\mathbf{F}}JH)$; le type des

[23] Le rôle que joue la LC dans la constitution de prédicats complexes a été reconnu par Le Guern M., 2003, p. 36, qui n'a cependant pas explicité les compositions formelles des prédicats dans la LC.

[24] Voir Ladrière J., 1973, p. 55–56 ; Desclés J.-P. et *al*. vol. II, 2016, p. 123–215.

[25] Russell B., 1908/1971 ; Church A., 1940. Voir aussi Desclés J.-P. et *al*. 2016, vol. I, p. 196–242.

quantificateurs simples est $\underline{\mathbf{F}}(\underline{\mathbf{F}}JH)H$, et celui des quantificateurs restreints $\underline{\mathbf{F}}(\underline{\mathbf{F}}JH)$ $\underline{\mathbf{F}}(\underline{\mathbf{F}}JH)H$…[26] On peut démontrer que les combinateurs sont caractérisés par des schémas de types fonctionnels qui, en contexte, deviennent des types plus spécifiques. Dans le cadre de la LC, il devient naturel de définir directement « la négation d'une propriété prédicative » par l'opérateur unaire 'N_1' défini à partir de la négation propositionnelle 'N', par [$N_1 =_{def}$ **B** N], une équivalence entre opérateurs justifiée par la déduction suivante :

1.	$(N_1\ f)\ x$	hyp.
2.	$[N_1 =_{def} \mathbf{B}\ N]$	def. N_1
3.	$(\mathbf{B}\ N\ f)\ x$	rempl. 2., 1.
4.	$N\ (f\ x)$	[elim. **B**], 3.

En désignant par '**o**' la composition fonctionnelle associative entre opérateurs quelconques, nous avons [f **o** g $=_{def}$ **B** f g]. Dans le formalisme de la LC, il est légitime de composer des propriétés prédicatives entre elles, ce qui est implicitement effectué dans l'*Unum Argumentum*. Par exemple, la propriété prédicative $P_{solo\text{-}int}$ (« être pensable seulement *in intellectu* ») est le résultat d'une composition des deux propriétés plus élémentaires P_{int} (« être pensable *in intellectu* ») et P_{re} (« être pensable *in re* ») avec l'opérateur '&', au moyen des deux combinateurs **B** et **Φ** ; cette composition est définie par :

$$[P_{solo\text{-}int} =_{def} \mathbf{\Phi}\ \&\ (P_{int})(N_1 P_{re})]$$

Lorsque 'y' désigne un objet quelconque, la proposition '$P_{solo\text{-}int}$ (y)' est réductible à sa forme normale interprétative '$\&(P_{int}(y))(N(P_{re}(y)))$', comme le montre la déduction :

1.	$P_{solo\text{-}int}\ (y)$	hyp.
2.	$[P_{solo\text{-}int} =_{def} \mathbf{\Phi}\ \&\ (P_{int})(N_1 P_{re})]$	définition $P_{solo\text{-}int}$
3.	$(\mathbf{\Phi}\ \&\ (P_{int})(N_1 P_{re}))\ (y)$	rempl. 2., 1.
4.	$\&\ (P_{int}\ (y))(N_1 P_{re}\ (y))$	[elim. **Φ**], 3.
5.	$[N_1 =_{def} \mathbf{B}\ N]$	def. N_1
6.	$\&\ (P_{int}\ (y))(\ \mathbf{B}\ N\ P_{re}\ (y))$	rempl. 5., 4.
7.	$\&\ (P_{int}\ (y))(\ N(P_{re}\ (y)))$	[elim. **B**], 6.

La signification du prédicat complexe '$P_{solo\text{-}int}$' est précisée par la forme normale du dernier pas de la déduction précédente : les deux prédicats P_{int} et $N_1 P_{re}$ s'appliquent « en parallèle » et « en même temps » au même argument 'y'.

2.3. Présentation succinte de la LDO

La formulation moderne de la logique classique s'est dégagée de l'emprise aristotélicienne à la suite de G. Frege qui a mathématisé la notion intuitive de « concept d'objet » (ou prédicat unaire) sous la forme d'une fonction non numérique entre un ensemble d'objets et l'ensemble des valeurs de vérité {Vrai, Faux}. Ce qui est appelé « concept » par Frege est une propriété prédicative représentée par une fonction : à chaque objet 'y' d'un ensemble D d'objets individuels, la propriété prédicative lui associe 'Vrai' si objet 'y' vérifie la propriété ou, comme dit Frege, « tombe sous le concept », 'Faux'

---

26 Sur les types logiques dans différents domaines (syntaxe, sémantique des langues), voir Desclés J.-P. et *al*. vol. I, 2016, p. 214–239.

si l’objet ‘y’ ne vérifie pas la propriété ou « ne tombe pas sous le concept ». En désignant par ‘f’ cette fonction, l’extension Ext(f) est la classe des objets du domaine D qui « tombent sous ‘f’ », $\mathrm{Ext}(f) = \{ y \in D \ ; \ f(y) = \mathrm{Vrai} \}$. Une propriété prédicative unaire est un « concept » au sens de Frege exprimé par une expression « incomplète » (ou « non saturée ») ; lorsqu’elle s’applique à des objets, exprimés par des termes nominaux complets, elle construit des propositions qui sont des expressions complètes, vraies ou fausses. La logique classique de Frege, Russell, Peano a appréhendé les déterminations grammaticalisées, dans une langue comme le français, par des adjectifs, des relatives déterminatives, des adverbes..., sous la forme de prédications. Ainsi, le syntagme nominal *un bipède sans plumes* est analysé, dans la grammaire, par le terme nominal *un bipède* qui est déterminé par l’expression adjectivale *sans plumes* alors que le même syntagme nominal est analysé, dans la logique classique, à l’aide de deux prédicats unaires : la phrase *L’homme est un bipède sans plumes* est représentée par la proposition quantifiée universellement[27] :

$$(\forall y \in D) : [\text{est-homme}(y) \Rightarrow \text{est-bipède}(y) \ \& \ \text{est-sans-plumes}(y)]$$

où la variable liée ‘y’ désigne un objet quelconque qui parcourt un domaine D d’objets, chacun de ces objets étant complètement déterminé.

Pour mieux prendre en compte certaines inférences, la Logique de la Détermination des Objets (LDO)[28], qui se formule facilement dans le cadre de la LC, vise à analyser directement la logique des marqueurs linguistiques de détermination d’objets qui peuvent être complètement indéterminés, ou plus ou moins déterminés ou encore complètement déterminés, alors que les extensions, dans la logique classique, sont composées uniquement d’objets complètement déterminés. La LDO reprend une tradition qui remonte au moins à la *Logique de Port Royal,* en travaillant avec des déterminations d’objets[29] et en introduisant une distinction importante entre l’intension (ou « compréhension ») et l’étendue d’un concept (ou « idée ») ; elle vise également à concevoir une logique d’objets plus ou moins déterminés, indéterminés ou complètement déterminés, en articulant formellement une logique de l’objet quelconque esquissée par A. Meinong[30] avec une logique des opérateurs quelconques. La LDO a été amenée à complexifier la notion du « concept de Frege » ; dans cette logique, un concept, désigné désormais par ‘^f’, est caractérisé non seulement par une propriété prédicative ‘f’, appréhendée, comme chez Frege, par une fonction dans {Vrai, Faux}, mais également par deux classes de propriétés, son intension Int(^f) et son essence Ess(^f) :

$$\hat{}f =_{def} < f, \mathrm{Int}(\hat{}f), \mathrm{Ess}(\hat{}f) > \qquad \text{avec} \quad \mathrm{Ess}(\hat{}f) \subseteq \mathrm{Int}(\hat{}f)$$

[27] Dans la logique illative, la phrase *Un homme est un bipède sans plumes* est exprimée, sans l’aide de variables liées, à l’aide du quantificateur universel restreint $\mathbf{\Pi_2}$ par : ‘$\mathbf{\Pi_2}$ (est-homme)($\mathbf{\Phi}$ & (est-bipède)(est- sans-plumes))’, le quantificateur $\mathbf{\Pi_2}$ étant lui-même construit à partir du quantificateur simple $\mathbf{\Pi_1}$ composé avec l’implication => au moyen d’un combinateur [$\mathbf{\Pi_2}$ **=** def $\mathbf{B(CB^2)\ \Phi \ \Rightarrow \Pi_1}$**]** ; voir Desclés J.-P.,et *al*. vol. II, 2016, p. 250–256.

[28] Sur la LDO, voir Desclés J-P., 2002 ; Desclés J-P. et Pascu A., 2011, 2012 ; voir aussi, Desclés J-P. et *al*. vol. II, 2016, p. 283–304.

[29] Sur la logique de Port Royal, voir Arnauld A. et Nicole P., 1662/1992 ; Pariente J.-C., 1985 ; Desclés J-P., 1986 ; Auroux S., 1993 ; Le Guern M., 2003 ; Desclés J-P. et *al*. vol. II, 2016, p. 57–82.

[30] Sur la logique de l’objet quelconque, voir Meinong A., 1999 ; Courtine J-F., 1999 ; Leclercq B., 2011 ; Nef F., 1998. La logique des opérateurs quelconques est la Logique Combinatoire de Curry.

Une *instance du concept* '^f' est un objet (indéterminé ou plus ou moins déterminé), qui non seulement tombe sous la propriété 'f', mais, tombe également sous toutes les propriétés constitutives de l'essence Ess(^f), cette instance du concept '^f' est dite « hériter de » l'essence Ess(^f) ; lorsque cette instance hérite (par exemple, par défaut) de toutes les propriétés de l'intension Int(^f) en tombant sous toutes les propriétés de Int(^f), elle est une *instance typique* alors qu'une *instance plus ou moins atypique* de '^f' hérite de l'essence Ess(^f) mais pas de certaines des propriétés non essentielles de Int(^f) – Ess(^f) ; une instance de '^f' devient *une exception* lorsqu'elle hérite de presque toutes les propriétés de l'intension Int(^f) mais pas d'au moins une des propriétés essentielles de Ess(^f). La LDO permet de traiter la différence logique entre les instances typiques et les instances plus ou moins typiques d'un concept, et même de raisonner sur des objets qui ne sont plus, par certaines déterminations, des instances d'un concept '^f', ce qui hors de préoccupations de la logique classique ; de plus, elle opère non seulement avec des objets complètement déterminés (les seuls objets de la logique classique) mais aussi avec des objets plus ou moins indéterminés et même avec des objets complètement indéterminés.
Dans le cadre de la LDO, à chaque concept '^f' est associé un objet, désigné par **τ**(^f), qui est *le représentant typique*, complètement indéterminé, du concept '^f' ; cet objet abstrait hérite de toutes les propriétés de l'intension Int(^f) et donc de la propriété 'f', d'où : f(**τ**(^f)) = Vrai, faisant de '**τ**(^f)' une instance de '^f'[31]. Toujours dans la LDO, à chaque propriété 'u' est associée un opérateur de détermination, désigné par **δ**(u), qui est une fonction définie sur les objets : l'opérateur **δ**(u) apporte une certaine détermination à chaque objet 'y', en construisant un objet 'z' déterminé, à partir de 'y', par la propriété 'u', ou plus précisément par l'opérateur **δ**(u), d'où : [z = (**δ**(u))(y)], ce que l'on note plus simplement : [z = **δ**(u)y].
Cet objet 'z' possède les caractéristiques suivantes : (i) l'objet 'z' est dit « hériter de » 'y' lorsque 'z' tombe sous toutes les propriétés sous lesquelles tombe déjà 'y' ; (ii) l'objet 'z' tel que [z = **δ**(u)y] tombe sous la propriété 'u', c'est-à-dire [u(z) = Vrai], et il hérite ainsi de la détermination apportée par 'u' ; (iii) lorsque 'y = **τ**(^f)' et [z = **δ**(u)y], l'objet 'z' hérite « normalement » des propriétés déjà héritées par 'y' et qui sont non contradictoires avec la nouvelle propriété 'u', il hérite donc de toutes les propriétés intensionnelles de Int(^f), à condition de ne pas être en contradiction avec la nouvelle propriété 'u' ; (iv) lorsque 'u' entre en contradiction avec une propriété 'v' déjà héritée par 'y', ou héritée par l'objet **τ**(^f), c'est-à-dire lorsque [u = N_1(v)], l'objet 'z' n'hérite plus de cette propriété 'v', tout en continuant à hériter des autres propriétés déjà héritées par 'y', ou par **τ**(^f), et, également de la propriété 'u'.
L'objet 'z' déterminé à partir de 'y' par la propriété 'u', devient « normalement » mieux déterminé que l'objet 'y'. En effet, par sa détermination, 'z' tombe sous la propriété 'u', ce qui n'était pas obligatoirement le cas de l'objet 'y', cependant, lorsque 'y' héritait déjà de la propriété 'u', alors l'objet 'z' devient équivalent à 'y', ayant la même détermination, c'est-à-dire [z ≈ y].
À partir de l'objet complètement indéterminé '**τ**(^f)', un opérateur de détermination **δ**(u) détermine un nouvel objet 'x' tel que [x = **δ**(u)(**τ**(^f))] ; cet objet 'x' est « normalement »

[31] L'objet 'τ(^f)' ne doit pas être confondu avec l'objet désigné par le **ε**-symbole '**ε**(f)' de Hilbert D., 1971, p. 466, que Bourbaki note par 'τ(f)'. En effet, le **ε**-symbole de Hilbert ou de Bourbaki désigne un certain objet '**ε**(f)' de l'extension Ext(f) puisque [f(**ε**(f)) = Vrai] <=> [(∃y) : (f y) = Vrai] <=> [Ext(f) ≠ ∅], tandis que le symbole 'τ(^f)' désigne un objet complètement indéterminé tel que [f(τ(^f)) = Vrai] mais cet objet n'est pas localisé dans l'extension Ext(^f), il est seulement localisé dans l'étendue Etd(^f) des objets plus ou moins indéterminés qui tombent sous le concept '^f'.

mieux déterminé que '$\boldsymbol{\tau}$(^f)' lorsque 'u' est une propriété non contradictoire avec l'intension Int(^f) ; il hérite ainsi de toutes les propriétés sous lesquelles tombe déjà '$\boldsymbol{\tau}$(^f)' et est ainsi une *instance typique du concept* ^f, déterminée par la propriété u[32]. Plus généralement, à partir de l'objet '$\boldsymbol{\tau}$(^f)', il est possible de construire une séquence d'objets de plus en plus déterminés z_1, z_2, ...z_{n-1}, z_n par des compositions fonctionnelles d'opérateurs de détermination $\boldsymbol{\delta}(u_n)$, $\boldsymbol{\delta}(u_{n-1})$, ..., $\boldsymbol{\delta}(u_2)$, $\boldsymbol{\delta}(u_1)$, tels que

$$z_n = \boldsymbol{\delta}(u_n)\, z_{n-1} = (\boldsymbol{\delta}(u_n) \mathbin{\mathbf{o}} \boldsymbol{\delta}(u_{n-1}) \mathbin{\mathbf{o}} \ldots \mathbin{\mathbf{o}} \boldsymbol{\delta}(u_2) \mathbin{\mathbf{o}} \boldsymbol{\delta}(u_1))\, (\boldsymbol{\tau}(\hat{}f))$$

où chaque objet z_n hérite « par défaut » de toutes les propriétés de l'objet z_{n-1}. Les objets engendrés à partir de l'objet '$\boldsymbol{\tau}$(^f)' sont de mieux en mieux déterminés. Certains de ces objets sont des instances typiques, d'autres objets sont des instances plus ou moins atypiques, d'autres objets construits par certaines déterminations ne sont plus des instances du concept ^f. Certains syntagmes nominaux renvoient à une indétermination empirique existentielle (comme *le monstre du Lock Ness*) ou désignent des objets contradictoires (comme *un carré rond*) qui peuvent être étudiés par la LDO. Etant donné un ensemble ***F*** de propriétés non contradictoires entre elles, un objet devient *complètement déterminé* lorsque aucune nouvelle détermination apportée par une propriété u de ***F***, n'engendre un nouvel objet 'z', autrement dit : $\forall u \in \boldsymbol{F}$: $\boldsymbol{\delta}(u)z = z$.
Dans la LDO, l'*extension* d'un concept est distinguée de son *étendue*. *L'extensio*n Ext(^f) d'un concept '^f' est composée de tous les objets 'y' qui non seulement tombent sous la propriété 'f', en héritant également de toutes les propriétés essentielles de Ess(^f), et pas nécessairement de toutes les propriétés intensionnelles de Int(^f), mais sont, de plus, des objets totalement déterminés et ont une existence, devenant ainsi des *exemplaires du concept* '^f'. Un exemplaire du concept '^f' ayant une *existence* exemplifie ce concept par un objet complètement déterminé (typique ou atypique). L'*étendue* Etd(^f) est composée des instances, plus ou moins déterminées, voire complètement indéterminées, du concept '^f' ; ces instances héritent de toutes les propriétés essentielles de Ess(^f) sans être obligatoirement mises en correspondance, par des déterminations supplémentaires, avec des exemplaires de l'extension Ext(^f). L'extension Ext(^f) est seulement une partie de l'étendue Etd(^f) : [Ext(^f) $\subseteq$ Etd(^f)]. L'objet $\boldsymbol{\tau}$(^f) n'est pas un exemplaire de l'extension Ext(^f). Les instances de l'étendue Etd(^f) sont considérées comme étant seulement des « objets mentaux », plus ou moins déterminés, qui ne sont pas obligatoirement associés à des exemplaires qui seraient localisés dans l'extension Ext(^f). Pour de nombreux philosophes et logiciens, l'existence n'est pas un prédicat. Dans le cadre de la LDO, l'existence est engendrée par un opérateur, noté $\underline{\boldsymbol{E}}$, qui, en s'appliquant à la propriété prédicative 'f' constitutive d'un concept '^f', construit un prédicat $\underline{\boldsymbol{E}}$(^f) qui, lorsqu'il s'applique à un objet 'y' avec la valeur 'Vrai', assure que l'objet 'y' a au moins un exemplaire correspondant qui existe dans l'extension Ext(^f), et qui est déterminé par l'opérateur de détermination $\boldsymbol{\delta}((\underline{\boldsymbol{E}}(\hat{}f)))$:

$$[(\underline{\boldsymbol{E}}(\hat{}f))(y) = \text{Vrai}] \iff_{\text{def}} \exists y' : [y' = \boldsymbol{\delta}(\underline{\boldsymbol{E}}(\hat{}f)))\,(y) \in \text{Ext}(\hat{}f)]$$

Lorsque l'on étudie particulièrement un ensemble ***F*** de concepts, l'existence d'un objet 'y' pour ***F*** est définie par :

[32] Sur les notions de « typique » et de « atypique », voir les conceptions de la psychologie cognitive dans Le Ny J-F., 1989, 2005. ; sur une approche logique de ces notions, voir Desclés J.-P., 1986, 2002 ; Desclés J.-P., et Pascu A., 2011, 2012.

$E(y) \;<=>_{def}\; (\exists f \in \boldsymbol{F}) : [(\underline{\boldsymbol{E}}(\hat{}f))(y) = Vrai]$
Remarque : Si *J* et *H* sont des types de base alors [$\underline{\boldsymbol{E}}$(^G) : **F***JH*] et [$\underline{\boldsymbol{E}}'$: **F**(**F***JH*)(**F***JH*)].

3. Analyse du premier argument (chapitre II du *Proslogion*)

Dans l'analyse qui nous intéresse, le concept ciblé est ^(être-Dieu), désormais désigné par la notation '^G', caractérisé par son intension et son essence. L'intension et l'essence du concept '^G' sont cependant des inconnues pour Anselme et pour tout être humain, qu'il soit croyant ou non croyant. Ce concept '^G' peut cependant être appréhendé à partir de l'objet mental complètement indéterminé **τ**(^G) seulement caractérisé par une propriété qualifiante exprimée par un « nom ». Anselme se pose la question : correspond-il à cet objet mental largement indéterminé de l'étendue Etd(^G) un exemplaire existentiel dans l'extension Ext(^G) ?
Pour Anselme, tout comme pour l'*insipiens*, bien que les propriétés de l'essence du concept '^(G)' soient hors d'atteinte de la pensée des hommes, il semble cependant envisageable de raisonner à partir de l'objet complètement indéterminé '**τ**(^G)' qui représente le concept '^G', cet objet mental n'ayant pas *a priori* un exemplaire qui lui correspondrait dans Ext(^G). L'expression linguistique *Id quo nihil maius cogitari possit* est un terme nominal qui désigne une entité complètement indéterminée seulement caractérisée par la propriété déterminative *quo nihil maius cogitari possit*. Désignons par 'M' la propriété « *nihil maius cogitari possit* » (« rien de plus grand ne peut être pensé ») ; la détermination **δ**(M), exprimée par *quo nihil mius cogitari possit* (« de qui rien de plus grand ne peut être pensé ») engendre, à partir de l'objet '**τ**(^G)' un objet indéterminé 'x' ; plus formellement, nous posons :

$$[x \;=_{def}\; \boldsymbol{\delta}(\textit{nihil maius cogitari possit})(\boldsymbol{\tau}(\hat{}G))\,] \;\text{ et }\; M(x) <=> [\, x = (\boldsymbol{\delta}(M))\,(\boldsymbol{\tau}(\hat{}G))]$$

Pour Anselme, 'x' est pensable sous la forme d'un objet largement sous déterminé. Dire que 'x' est pensable *in intellectu*, c'est dire que 'x' appartient à l'étendue du concept '^G'. Dire que 'x' est pensé *in re*, c'est dire qu'à l'objet 'x' correspond un exemplaire qui existe dans Ext(^G)[33]. Pour tout croyant, la foi assure cette correspondance. Anselme n'exige pas un tel jugement de la part de l'*insipiens* car celui-ci doute que 'x' ait effectivement une occurrence existentielle.
L'aspect dialogique du *Proslogion* est évident. Dans notre approche théorique de l'énonciation[34], parler, c'est pour un énonciateur dialoguer avec un co-énonciateur en construisant un référentiel énonciatif autonome, devenu indépendant du référentiel externe (objectif et absolu) tout en pouvant néanmoins devenir compatible avec lui. L'énonciation construit un référentiel dialogique où l'énonciateur et son co-énonciateur peuvent éventuellement chercher à lever les indéterminations référentielles car, comme le rappelle souvent A. Culioli, « la compréhension est un cas particulier du malentendu »[35]. Ainsi, ce qui a une référence existentielle pour Anselme est, pour l'*insipiens*, très différent. Dans son dialogue avec l'*insipiens*, comme avec tout co-énonciateur, Anselme se place dans une position dialogique nettement orientée vers son partenaire, en « oubliant » momentanément que la référence de l'expression linguistique *Id quo nihil maius cogitari possit*, possède pour lui, croyant, une référence existentielle

---

[33] Voir la figure 1.
[34] Sur la fonction première du langage, voir Desclés J-P., et Guibert G., 2011, p. 15–121 ; sur les différents référentiels construits par l'activité de langage, voir Desclés J-P., et Guentchéva Z., 2011.
[35] Voir par exemple Jacques F. ,1979 ; Culioli A., 2002.

externe. Cette expression linguistique échangée au cours du dialogue entre Anselme et l'*insipiens* se réfère à une entité 'x' indéterminée, pensée par l'*insipiens*, et par tout incroyant, comme désignant seulement une entité mentale, et lorsque l'*insipiens* affirme *Deus non est*, il fait entendre que cette entité mentale n'aurait aucune occurrence existentielle.

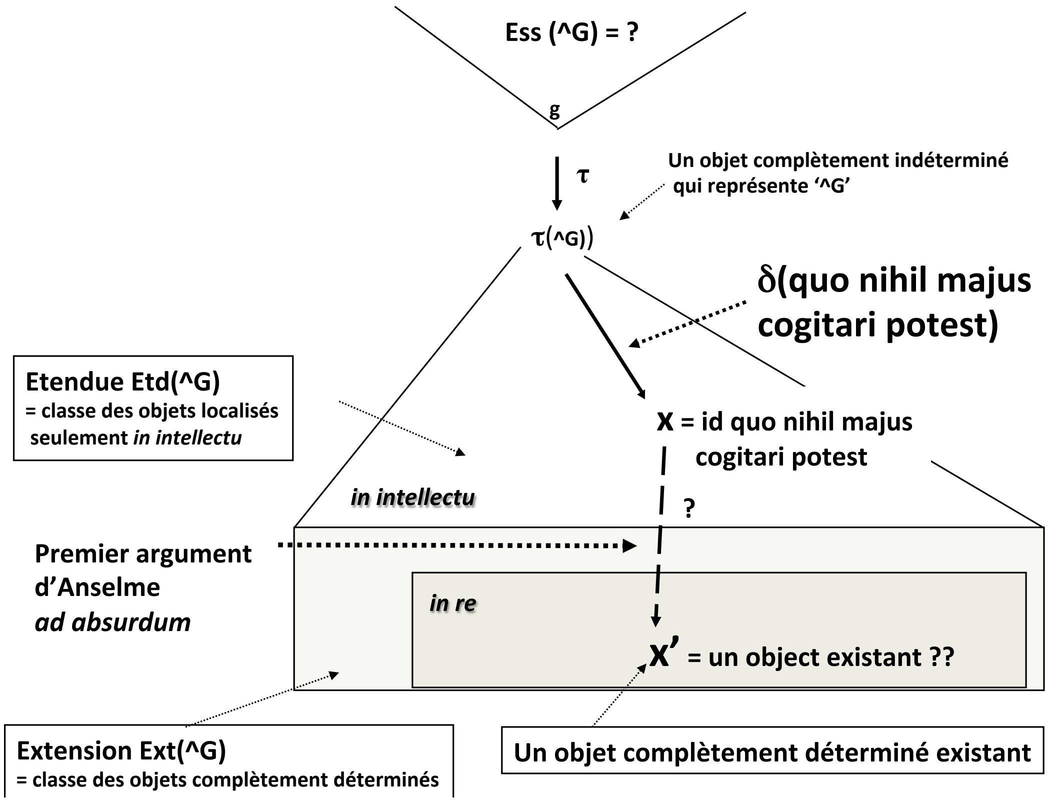

Figure 1 : À l'objet complètement indéterminé **τ**(^G) de l'étendue du concept '^G' correspond-il un exemplaire déterminé qui existerait dans l'extension de '^G' ?

3.1. Quo nihil maius cogitari possit

Pour analyser le raisonnement d'Anselme, il convient d'accepter les principes implicites évoqués dans le premier paragraphe[36]. En faveur de la plausibilité de l'implicite (H_2), il est naturel d'évoquer, de nommer, voire de se représenter des concepts comme ceux du fantôme, de l'amazone, de la licorne... même si, pour beaucoup d'entre nous, ces concepts n'ont pas été exemplifiés dans un monde sensible, bien que l'on puisse parfois se représenter ces concepts par des images figuratives, par exemple la licorne dans la tapisserie « La Dame à la licorne » de Cluny. L'analyse de la signification de la propriété prédicative 'M' n'exige pas de ne se situer que dans un « espace extensionnel » d'objets complètement déterminés, elle s'effectue plutôt dans un « espace intensionnel » de propriétés, espace qui est structuré, selon Anselme, par la relation, notée '>>' ; [f >> g] se lit « la propriété 'f' est plus grande que la propriété 'g' ». Nous reviendrons plus loin sur sa signification.

[36] Gaunilon, l'adversaire d'Anselme, émet un doute au sujet de l'implicite (H2). Anselme, lui répond (*Liber apologeticus*) : « ce qui est compris par l'intelligence est dans l'intelligence » [*quod intellectu intelligitur, sicut intelligitur sic est in intellectu*]. Une longue discussion devrait être menée à ce propos.

3.2. Premier argument présenté par une déduction
Introduisons les propositions suivantes :

$P_{int}(x)$	$<=>_{def}$	« *id quo*... » est pensable *in intellectu.*
$P_{re}(x)$	$<=>_{def}$	« *id quo*... » est pensable *in re.*
$P_{solo\text{-}int}(x)$	$<=>_{def}$	« *id quo*... » est pensable *in solo intellectu.*

Les propriétés constitutives de ces propositions ne sont pas indépendantes. La propriété $P_{solo\text{-}int}$ est le résultat d'une composition des propriétés, jugées plus élémentaires, P_{int} et P_{re} avec les opérateurs logiques de conjonction '&' et de la négation 'N_1', selon la définition : [$P_{solo\text{-}int} =_{def} \ \Phi \ \& \ P_{int} \ (N_1 P_{re})$], ce qui entraîne la β-réduction (voir le § 2.1. précédent) :

$$P_{solo\text{-}int}(x) \ \rightarrow_{\beta} \ \& \ (P_{int}(x)) \ (N(P_{re}(x))).$$

Cette β-réduction indique que lorsque « 'x' est pensé seulement *in intellectu* », cela signifie que « 'x' est pensé *in intellectu* et n'est pas pensé *in re* ».
Le premier argument présenté par Anselme se décompose en quatre étapes :
1°) L'*insipiens* [l'incroyant] se représente mentalement [*esse in intellectu*] l'objet mental « *Id quo*... », en ayant « compris » ce que signifiait *nihil maius cogitari potest* qui rèfère à cet objet individuel indéterminé ; 2°) Cet objet « *Id quo*... » ne peut pas exister dans l'intelligence seule [*esse in solo intellectu*] ; en effet, si cela était, on pourrait le penser exister aussi dans la réalité [*esse in re*], ce qui est plus grand et, dans ce cas, « *Id quo*... » ne serait pas le « *Id quo*... » que la propriété *nihil maius cogitari potest* sert à désigner. 3°) En conséquence, la négation [*Deus non est*] affirmée par l'*Insipiens* devient une contradiction. 4°) Donc, Dieu existe non seulement en tant que représentation mentale mais également dans la réalité [*esse in intellectu et in re*]. C'est l'existence *de facto.* Donnons à cet argument *de facto* une version plus formelle : l'*insipiens* et Anselme acceptent que 'x', qui tombe sous la propriété 'M', soit pensable *in intellectu* : « x est mentalement représentable ou imaginable » ; l'*insipiens* accepte seulement « x est pensable *in solo intellectu* » ; si la propriété « être représentable *in re »* est plus grande que « être pensable *in solo intellectu* », l'argumentation prend la forme d'une déduction naturelle :

1.	$M(x)$		M caractérise x
2.	$P_{int}(x)$		hyp. commune
3.		1. $P_{solo\text{-}int}(x)$	hyp. (*insipiens*)
4.		2. $[P_{re} >> P_{solo\text{-}int}]$	constat (Anselme)
5.		3. $N(M(x))$	signification de M, 4.
6.		4. $M(x)$	reprise de 1.
7.		5. $\&(N(M(x)))(M(x))$	[intr &], 5., 6.
8.	$N(P_{solo\text{-}int}(x))$		[intr. N], 3.-7.
9.	$[P_{sol\text{-}int}(x) \ <=>_{def} \ \&(P_{int}(x))(N(P_{re}(x)))]$		def. $P_{solo\text{-}int}$
10.	$N(\&(P_{int}(x))(N(P_{re}(x))))$		rempl. 9., 8.
11.	$\vee(N(P_{int}(x)))\ (N(N(P_{re}(x))))$		loi de Morgan, 10.
12.	$\vee\ (N(P_{int}(x)))\ (P_{re}(x))$		loi de double négation, 11.
13.	$=>(P_{int}(x))(P_{re}(x))$		équivalence logique, 12.

14. P_{int} (x) rappel 2.
15. P_{re} (x) *modus ponens*, 13., 14.

L'argument *de facto* amène à admettre que si 'x' tombant sous le concept 'M' (« x est identifié à l'objet « *Id quo*... »), est pensable *in intellectu* (hypothèse commune de l'*insipiens* et d'Anselme), il doit aussi être pensable *in intellectu* et *in re* (conclusion de l'argument). Dès que quelqu'un « comprend » la signification de 'M' et est ainsi capable de se représenter *in intellectu* l'entité 'x' à laquelle s'applique 'M', cette entité 'x' n'est pas seulement pensable *in solo intellectu* mais également *in re.* Si, comme l'admet l'*Insipiens*, 'x' est pensable *in solo intellectu* (c'est-à-dire : 'x' est représentable seulement mentalement, sans avoir un exemplaire correspondant dans la réalité), puisque le concept P_{re} est « plus grand que » $P_{solo\text{-}int}$, cette hypothèse entraîne une contradiction ; la suite du raisonnement fait appel à une définition de « est pensable *in solo intellectu* » et utilise les lois usuelles de la logique propositionnelle classique. L'implication, formulée en notation infixée [P_{int} (x) => (P_{re} (x)] pour l'objet 'x', synthétise le cœur de l'argumentation : si 'x' est pensé *in intellectu,* alors, de par ses caractéristiques, il doit être pensé aussi *in re*[37]*.* Cette conclusion est la réfutation de l'hypothèse '$P_{solo\text{-}int}$ (x)' de l'*insipiens*.

3.3. Analyse du second argument (chapitre III du Proslogion)

Le second argument est l'*unum argumentum* du *Proslogion* : un seul acte de pensée caractérise l'objet indéterminé 'x' : *Quod non possit cogitari non esse* [« qu'il n'est pas possible de penser qu'il n'est pas »]. Le second argument se déploie en plusieurs étapes : 1°) 'x' étant caractérisé par « *Id quo*... »*,* quelqu'un peut penser qu'il existe quelque chose qui peut être pensé comme non existant ; 2°) Or, exister est « plus grand que » penser ce qui est non existant ; 3°) Si l'objet « *Id quo*... » pouvait être pensé comme non existant, alors il ne serait pas le « *Id quo*... », ce qui est absurde ; 4°) Donc 'x' ne peut pas être pensé comme non existant [*Quod non possit cogitare non esse*], et ainsi, l'objet 'x', caractérisé par 'M', a ainsi une existence nécessaire*.*

Définissons la propriété 'Q', exprimée par *non possit cogitari non esse* [« il est impossible de penser qu'il n'existe pas »] en utilisant l'opérateur de la négation propositionnelle 'N' et l'opérateur 'P' (« il est pensable que »), ainsi que la propriété E (existe). Avec la notation de la composition fonctionnelle [f **o** g = **B** f g], la propriété 'Q', qui signifie « ce n'est pas le cas que ce à quoi la pensée s'applique n'existe pas (ou ne soit pas) », est définie par la composition des opérateurs plus élémentaires N, P, et E, par la proposition où 'y' est un objet quelconque :

$$[Q(y) =_{def} (N \mathbf{o} P \mathbf{o} N \mathbf{o} E) (y) = \mathbf{B} N (\mathbf{B} P (\mathbf{B} N E)) (y) = N (P (N (E (y))))]$$

Quant à la propriété *potest cogitari non esse* [« il est pensable que ce à quoi elle s'applique n'existe pas »], elle est définie par la proposition :

$$[(P \mathbf{o} N \mathbf{o} E) (y) = P (N (E (y))]$$

L'expression *potest cogitari esse aliquid quod non possit cogitari non esse***,** [« il est pensable qu'existe quelque chose auquel s'applique Q »] est formalisée par la propriété complexe '$P \mathbf{o} (\mathbf{\Phi} \,\&\, E\, Q)$' construite par l'introduction des combinateurs **Φ** et **B** :

1. P (& (E(y)) (Q(y)) hyp.

[37] Nous avons déjà remarqué que la propriété P_{re} de cette argumentation n'est autre que le prédicat que nous désignons par E, c'est-à-dire [E = P_{re}].

2. P ((**Φ** & E Q) (y))	[intr. **Φ**], 1.
3. **B** P (**Φ** & E Q) (y)	[intr.. **B**], 2.
4. (P **o** (**Φ** & E Q)) (y)	notation avec **o**, 3.

L'argument *de jure* revient à dire que l'objet 'x', auquel s'applique la propriété 'M' [*nihil maius cogitari possit*], doit être pensé comme nécessairement existant car tombant sous le concept Q, *Nam potest cogitari esse aliquid, quod non possit cogitari non esse*. Le raisonnement fait passer de ce que l'on pense comme étant simplement pensable, *potest cogitari esse aliquid, quod non possit cogitari non esse*, à ce qui doit être pensé avec une existence nécessaire, *Quod non possit cogitari non esse* : qu'il est impensable de penser qu'il ne soit pas. Toute la preuve repose sur la relation établie entre deux propriétés : « l'existence est plus grande que penser la non-existence » : [E >> P **o** N **o** E]. Cette dernière relation semble, aux yeux d'Anselme, être une « évidence » ; nous l'acceptons provisoirement, nous y reviendrons plus tard. Le second argument prend la forme de la déduction suivante :

1.	M (x)		M caractérise x
2.	1.	(P **o** N **o** E) (x)	hyp.
3.	2.	[E >> P **o** N **o** E]	constat (d' Anselme)
4.	3.	N (M (x))	signification de M, 3.
5.	4.	M (x)	rappel 1.
6.	5.	& (N (M(x))) (M(x))	[intr. &], 4., 5.
7.	N ((P **o** N **o** E) (x))		[intr. N], 2.-6.
8.	**B** N (P **o** N **o** E) (x)		[intr. **B**], 7.
9.	(N **o** P **o** N **o** E) (x)		notation de '**o**', 8.
10.	[Q $=_{def}$ N **o** P **o** N **o** E]		def. Q
11.	Q (x)		rempl. 10., 9.

Considérons l'entité indéterminée 'x' = « *id quo...* » : elle tombe sous 'M'. Anselme examine l'hypothèse qu'il soit éventuellement pensable que cet objet 'x' n'existe pas, mais puisque l'existence est « plus grande » que la pensée de la non-existence, d'après la signification même de 'M', la propriété 'M' ne s'appliquerait pas à 'x' ; or, cette propriété 'M' caractérisait l'entité 'x', d'où la contradiction, ce qui justifie, dans la déduction, l'introduction d'une négation de l'hypothèse qui était envisagée. La négation de la proposition de l'*insipiens* n'est autre que la propriété Q appliquée à 'x'. Dès que l'on accepte la proposition 'M (x)' et que l'existence soit plus grande que la simple pensée de la non-existence, la propriété Q s'applique à 'x', c'est l'existence nécessaire de 'x'.

4. Quelle est la signification de la relation « est plus grand que » entre propriétés ?

Toute l'argumentation d'Anselme repose sur l'implicite (H_4) déjà évoqué : qu'est-ce qui justifie que l'on puisse comparer une propriété à une autre ? Comment justifier [E >> $P_{solo\text{-}int}$] avec [E = P_{re}] et [E >> P **o** N **o** E] ? Il nous faut préciser la nature sémantique de cette relation « plus grand que », notée « >> ». Pour en discuter la pertinence, plaçons-nous dans un espace intensionnel de propriétés comme dans la *Logique de Port Royal* d'Arnauld et Nicole[38], qui articule l'intension d'une propriété (ou, dans la terminologie de Port Royal, la « compréhension » d'une « idée ») avec son « étendue ». Une propriété 'f'

[38] Voir Arnauld A. et Nicole P., 1662/1992. Sur les rapports entre la logique intensionnelle et la logique extensionnelle, voir Desclés J.-P., 1986 ; Le Guern M., 2003, p. 15–24 ; Martin R., 1992.

« comprend » une autre propriété ‘g’ (qui entre ainsi dans l’intension de ‘f’) lorsque tout objet ‘y’ qui « tombe » sous la propriété ‘f’, « tombe » également sous la propriété ‘g’, c’est-à-dire : $(\forall y)$: [f(y) = Vrai] => [g(y) = Vrai] ; par dualité, à l’inclusion entre les classes intensionnelles de propriétés correspond l’inclusion [étendue (f) $\subseteq$ étendue (g)] entre les classes d’objets, ce qui conduit à la formulation de la « loi, dite de Port Royal » : « plus l’intension augmente, plus l’étendue diminue et plus l’étendue augmente plus l’intension diminue »[39]. On pourrait penser à justifier la relation « est plus grand que » par la relation de « compréhension » entre propriétés en posant :

[f >> g] <=> [f « comprend » g] <=> [g ∈ Int(^f)].

Nous ne retenons pas cette interprétation qui est insuffisante et qui nous nous conduirait à de grandes difficultés. Il semble plus raisonnable de s’inspirer de la linguistique structurale qui fonctionne avec des oppositions entre « propriété non marquée » et « propriété marquée », la première pouvant être jugée plus grande que la seconde ; par exemple, du point de vue grammatical dans certaines langues, nous pouvons poser que la marque morphologique du masculin est plus grande que la marque morphologique du féminin, la première marque morphologique étant souvent indiquée par un « morphème zéro ». D’un point de vue plus directement lexical, saisir la signification de prédicats lexicaux négatifs comme *ne-pas-être-riche*, *ne-pas-être-intelligent* ou *ne-pas- être-vivant* », c’est avoir saisi préalablement la signification des prédicats lexicaux positifs. Cela conduit à établir une relation entre différentes propriétés, et à poser, par exemple : [être-vivant >> être-mort], car saisir la signification de la mort, c’est avoir saisi préalablement la signification de la vie. Par la même démarche, on admettra assez facilement que [être-une-instance-typique >> être-une-instance-atypique] puisque comprendre qu’une instance est seulement atypique, c’est avoir compris que certaines des propriétés intensionnelles, héritées par toutes les instances typiques, ne sont pas obligatoirement héritées par cette instance atypique ; nous admettrons également assez naturellement que [être-une-logique-sans-variables-liées >> être-une-logique- avec-variables-liées] car saisir le fonctionnement d’une logique avec des variables liées, c’est avoir saisi préalablement le fonctionnement des variables dans une logique qui ne fait pas usage de variables liées.

Le formalisme de la LC, une logique d’opérateurs quelconques, donne des moyens techniques qui permettent d’opérer directement dans un espace intensionnel de propriétés, les propriétés complexes pouvant être construites par composition et transformation de propriétés plus élémentaires. Nous en avons vu des exemples avec la négation ‘N_1’, les propriétés ‘$P_{solo\text{-}int}$’ et ‘Q’. Dans l’équivalence définitoire [$P_{solo\text{-}int} =_{def} \mathbf{\Phi}$ & P_{int} (**B** N P_{re})], le *definiendum* ‘$P_{solo\text{-}int}$’ est une composition de significations jugées plus élémentaires dans le *definiens*[40]. Il paraît donc tout à fait raisonnable, à partir de [E = P_{re}], [P_{int} = P **o** E], d’admettre que [E >> $P_{solo\text{-}int}$], [E >> N **o** E et [E >> P **o** E]. Pour un ‘y’ quelconque, attribuer une signification à ‘(P **o** N **o** E) (y)’ [« il est pensable que ce n’est pas le cas que l’objet y existe »] suppose que l’on ait préalablement donné une signification à ‘(N **o** E)(y)’ [« ce n’est pas le cas que y existe »], ce qui amène à poser la relation : [N **o** E

[39] Sur la loi dite de Port Royal, voir Auroux S., 1993, p. 67.
[40] Par définition, P_{int} se subdivise en deux sous-concepts : ce qui est pensable *in intellectu* est pensable plus spécifiquement soit *in solo intellectu*, soit *in intellectu* et *in re*. Sur les définitions par des équivalences entre opérateurs, voir Desclés J-P., 2008. Sur l’importance des primitives sémantico-cognitives dans l’analyse sémantique, voir par exemple Desclés J.-P. et *al.* vol. II, 2016, p. 478–513.

>> P **o** N **o** E] et, finalement, par transitivité : [E >> P **o** N **o** E]. Les deux relations « plus grand que » évoquées par Anselme peuvent ainsi trouver une justification cognitive raisonnable. Nous souhaitons cependant aller un peu plus loin et rechercher une justification fondée sur des considérations plus mathématiques.

5. Quelle est la signification de l'opérateur 'P' (est pensable) ?

Pour analyser plus profondément la formulation même de l'argument d'Anselme, il est intéressant d'essayer de préciser la signification qu'il conviendrait d'attribuer à l'opérateur 'P' (« il est pensable que »), à ses diverses compositions avec la négation N et à la propriété prédicative E (existe). Dans la déduction présentée plus haut de l'*unum argumentum*, il a été envisagé, à propos de l'objet 'x' (avec 'x' = « *id quo*... »), l'hypothèse que la propriété négative '(N **o** E)' pouvait être pensable sous la forme de la proposition '(P **o** N **o** E)(x)' ; Anselme, lui a opposé la propriété 'E', jugée « plus grande », d'où, toujours pour cet objet indéterminé 'x' = « *id quo*... », la déduction de la proposition '(N **o** P **o** N **o** E)(x)' (« il n'est pas pensable que 'x' soit non existant »). Remarquons, au passage, qu'Anselme n'a pas fait appel à la relation [N **o** P **o** N **o** E >> E], la proposition '(N **o** P **o** N **o** E)(x)' devenant une conclusion dans son argumentation. Il est cependant intéressant de vouloir comparer également les extensions de ces différentes propriétés, de façon à mieux saisir la signification de l'opérateur 'P' (« il est pensable que »). Tant que ces précisions au sujet de 'P' ne sont pas apportées, la « preuve » d'Anselme reste toujours assez fragile et on peut voir qu'elle a pu susciter des contradicteurs (Gaunilon) et conduire à diverses interprétations (par exemple, celle de J. Vuillemin) qui s'éloignent ainsi des intentions initiales d'Anselme : raisonner avec des propriétés plutôt qu'avec les extensions.

5.1. P = un opérateur modal '◊' de possibilité ?

Une première interprétation de 'P' consisterait à l'identifier avec l'opérateur modal de possibilité '◊' : « il est pensable que » = « il est possible que », ou formellement [P = ◊]. Pour un objet quelconque 'y', avec les opérateurs usuels de modalité '◊' et '□', dans le système des modalités S_5 de Lewis[41], où [N **o** ◊ = □ **o** N], [N **o** □ = ◊ **o** N], [□ = N **o** ◊ **o** N] et [◊ = N **o** □ **o** N], nous obtenons les six expressions épistémiques classiques formulées avec la propriété E, et structurées dans un « carré d'oppositions »[42] :

(1) E (y) <=> y existe ;
(2) (◊ **o** E) (y) <=> il est possible que y existe ;
(3) (□ **o** E) (y) = (N **o** ◊ **o** N **o** E) (y) <=> il est nécessaire que y existe
<=> il n'est pas possible que n'existe pas y ;
(4) (N **o** E) (y) <=> ce n'est pas le cas que y existe ;
(5) (◊ **o** N **o** E) (y) <=> il est possible que y n'existe pas ;
(6) (□ **o** N **o** E) (y) = (N **o** ◊ **o** E) (y) <=> il est nécessaire que y n'existe pas ;
<=> il n'est pas possible que y existe.

[41] Lewis C. I. et Longford C. H., 1959 ; Grize J.-B., 1973, p. 17–46.
[42] Voir la figure 2.

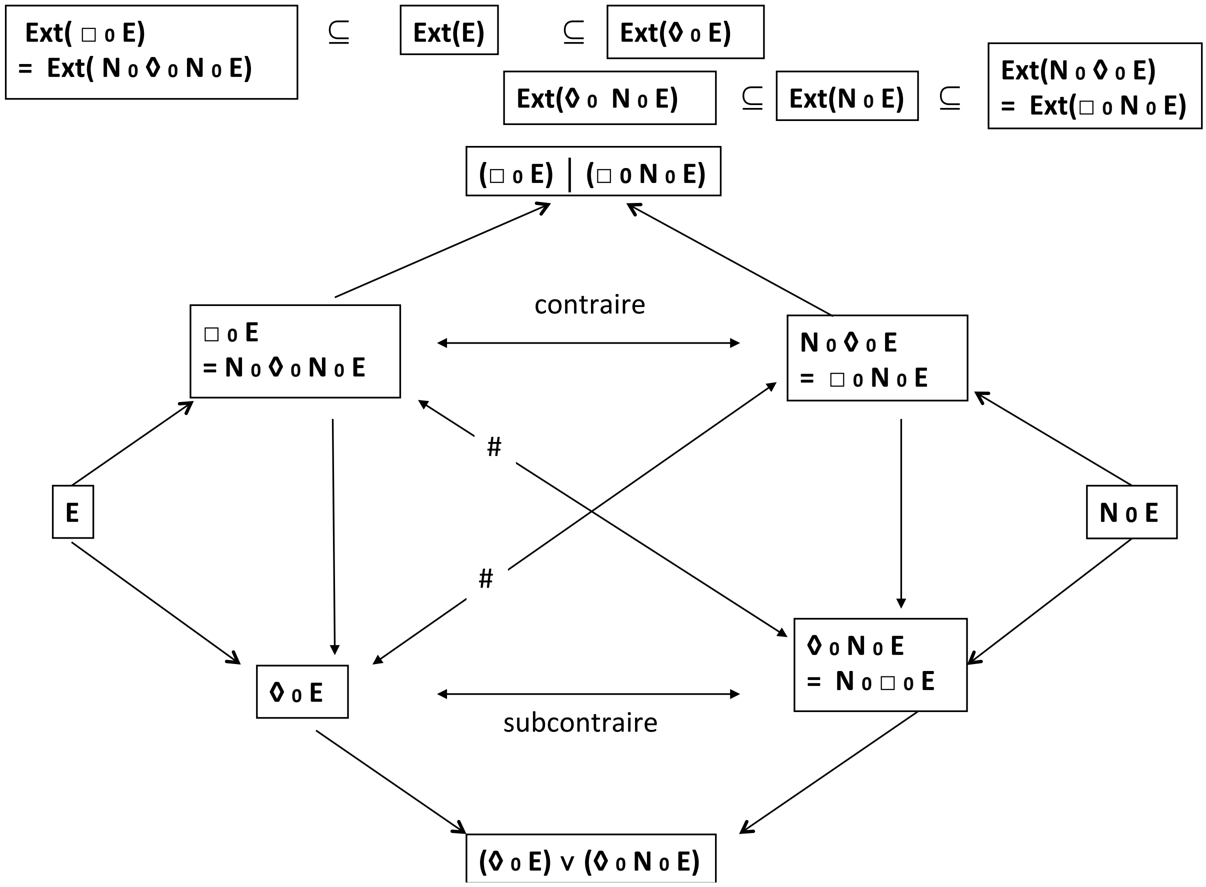

Figure 2 : Oppositions entre opérateurs modaux. Les flèches → représentent des « implications » entre opérateurs auxquels correspondent par dualité des relations d'inclusion entre les extensions de ces propriétés. La double flèche # représente une contradiction.

Cette interprétation modale de l'opérateur 'P' ne permet cependant pas d'éclaircir les relations entre les extensions qui expliciteraient la relation ">>" entre les propriétés modales. Plaçons nous plutôt dans le système S_4 de Lewis, dans lequel les opérateurs modaux '◊' et '□' entretiennent des analogies avec les opérateurs topologiques : dans le système S_4, on obtient au plus 7 propositions modales différentes organisées dans un réseau structuré par l'implication, avec, en particulier, pour la propriété 'E' et un objet quelconque 'y', les implications : [(□ **0** E)(y) => E(y) => ◊ **0** E)(y)] et, par dualité, au plus 7 autres propositions modales négatives avec, pour la propriété négative 'N **0** E', les implications [(□ **0** N **0** E)(y) => (N **0** E)(y) => (◊ **0** N **0** E)(y)]. À l'implication '=>' entre les propositions modales, faisons correspondre l'inclusion '⊆' entre des classes extensionnelles appréhendées comme des lieux structurés dans une algèbre topologique de Kuratowski[43] : l'opérateur de possibilité '◊' est analogue à un opérateur topologique de fermeture et l'opérateur de nécessité '□' est analogue à un opérateur topologique d'intériorité. Étant donnée la propriété E, l'intérieur des objets qui existent nécessairement est contenu dans l'extension des objets qui existent, qui est elle-même contenue dans la fermeture des objets qui existent ou sont susceptibles d'exister ; nous obtenons une même structuration topologique pour la propriété 'N **0** E'. Pour un domaine D d'objets avec [Ext(E) ∩ Ext(N **0** E) = ∅] et [Ext(E) ∪ Ext(N **0** E) = D], nous avons :

[43] Kuratowski K., 1966, p. 111–117 ; Barbut M., 1965 ; Grize J-B., 1973, p. 37.

$$
\begin{array}{llcccc}
\text{(a)} & \mathrm{Ext}\,(\Box\ \mathbf{o}\ E) & \subseteq & \mathrm{Ext}(E) & \subseteq & \mathrm{Ext}\,(\Diamond\ \mathbf{o}\ E) \\
\text{(b)} & \mathrm{Ext}\,(\Box\ \mathbf{o}\ (N\ \mathbf{o}\ E)) & \subseteq & \mathrm{Ext}(N\ \mathbf{o}\ E) & \subseteq & \mathrm{Ext}\,(\Diamond\ \mathbf{o}\ (N\ \mathbf{o}\ E))
\end{array}
$$

En remontant, par dualité, aux implications entre propriétés (ou relation de « compréhension ») entre propriétés, avec la loi de double négation [$N\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E = E$] et les équivalences entre opérateurs de modalité

$$[\Box\ \mathbf{o}\ E = (N\ \mathbf{o} \Diamond\ \mathbf{o}\ N)\ \mathbf{o}\ E] \quad \text{et} \quad [\Box\ \mathbf{o}\ (N\ \mathbf{o}\ E) = (N\ \mathbf{o} \Diamond\ \mathbf{o}\ N)\ \mathbf{o}\ (N\ \mathbf{o}\ E) = N\ \mathbf{o} \Diamond\ \mathbf{o}\ E]$$

nous obtenons :

$$
\begin{array}{ll}
\text{(a')} & \Box\ \mathbf{o}\ E \;\Rightarrow\; E \;\Rightarrow\; \Diamond\ \mathbf{o}\ E \\
\text{(b')} & \Box\ \mathbf{o}\ (N\ \mathbf{o}\ E) \;\Rightarrow\; N\ \mathbf{o}\ E \;\Rightarrow\; \Diamond\ \mathbf{o}\ (N\ \mathbf{o}\ E)
\end{array}
$$

Dans (a'), il est dit que la nécessité de l'existence implique l'existence laquelle implique la possibilité de l'existence ; dans (b'), il est dit que la nécessité de la non-existence implique la non-existence laquelle implique la possibilité de non-existence. Cela conduit à admettre que si l'opérateur 'P' est interprété par '$\Diamond$', il devrait vérifier les relations :

$$
\begin{array}{ll}
\text{(c)} & (N\ \mathbf{o}\ P\ \mathbf{o}\ N)\ \mathbf{o}\ E \;>>\; E \;>>\; P\ \mathbf{o}\ E \\
\text{(d)} & N\ \mathbf{o}\ P\ \mathbf{o}\ E \;>>\; N\ \mathbf{o}\ E \;>>\; P\ \mathbf{o}\ (N\ \mathbf{o}\ E)
\end{array}
$$

Dans ce cas, la relation [$E >> P\ \mathbf{o}\ E$], invoquée dans la première argumentation, trouve naturellement une interprétation mais la seconde relation [$E >> P\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E$], invoquée dans le seconde argumentation, reste difficile à interpréter lorsqu'on identifie simplement l'opérateur 'P' à l'opérateur modal de posssibilité '$\Diamond$'. Il nous faut approfondir l'interprétation topologique.

5.2. P = une frontière d'un lieu topologique ?

En renonçant à identifier simplement le pensable à la possibilité, mais en continuant à admettre les caractéristiques axiomatiques des opérateurs modaux $\Diamond$ et $\Box$ du système S_4 de Lewis, avec leurs interprétations topologiques (prendre la fermeture et prendre l'intériorité d'un lieu), nous pouvons essayer de donner une interprétation topologique aux opérateurs '$P\ \mathbf{o}\ E$' (« penser l'existence ») et '$P\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E$' (« penser la non-existence »). Ces opérateurs sont interprétés comme des opérateurs topologiques qui délimitent la frontière commune des deux lieux Ext(E) et Ext(N **o** E) contigus et complémentaires, plus précisément, ce sont des opérateurs tels que :

$$\underline{\mathrm{fro}}(E) = \mathrm{Ext}\,(P\ \mathbf{o}\ E) = \mathrm{Ext}\,(P\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E) = \underline{\mathrm{fro}}(N\ \mathbf{o}\ E)$$

avec :

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Ext}(P\ \mathbf{o}\ E) &=_{def} \underline{\mathrm{fro}}(\mathrm{Ext}(E)) = \mathrm{Ext}\,(\Diamond\ \mathbf{o}\ E) - \mathrm{Ext}\,(\Box\ \mathbf{o}\ E) \\
\mathrm{Ext}\,(P\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E) &=_{def} \underline{\mathrm{fro}}(\mathrm{Ext}(N\ \mathbf{o}\ E)) = \mathrm{Ext}\,(\Diamond\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E) - \mathrm{Ext}\,(\Box\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E) \\
\mathrm{Ext}\,(\Box\ \mathbf{o}\ E) &= \mathrm{Ext}\,(N\ \mathbf{o} \Diamond\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E) \\
\mathrm{Ext}\,(\Box\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E) &= \mathrm{Ext}\,(N\ \mathbf{o} \Diamond\ \mathbf{o}\ E)
\end{aligned}
$$

Dans cette interprétation, un objet qui appartient à Ext (P **o** E) est localisé à la frontière de Ext(E), il est pensé comme pouvant éventuellement exister, ce qui exclut évidemment une nécessaire existence ; de même, un objet qui appartient à l'extension Ext (P **o** N **o** E) est localisé à la frontière de Ext(N **o** E), il est pensé comme pouvant éventuellement ne pas exister, ce qui exclut une non-existence nécessaire. L'identification de la frontière entre les deux extensions incompatibles mais complémentaires Ext(E) et Ext(N **o** E) interprète l'opérateur 'P' comme un opérateur complexe de contingence tel que, pour un 'y' quelconque :

$$(\mathbf{\Phi}\ \&\ (\Diamond\ \mathbf{o}\ E)(\Diamond\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E))\ (y) \quad <=> \quad \&\ ((\Diamond\ \mathbf{o}\ E)(y))\ ((\Diamond\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E)\ (y))$$

Lorsque l'opérateur 'P **o** E', ou l'opérateur 'P **o** N **o** E', est appliqué à un objet 'y', cela signifie que cet objet 'y' est pensé comme étant strictement à la frontière de Ext(E) et de Ext(N **o** E), par conséquent comme pouvant avoir une existence ou une non-existence, signifiant par là une véritable indétermination épistémique. Cette interprétation de l'opérateur 'P' est-elle en adéquation avec l'interprétation (non précisée) d'Anselme ? Lorsque l'*insipiens* envisage que l'objet 'x' (x = « *id quo*... ») tombe sous 'P **o** E' (« x existe en pensée »), l'objet 'x' est localisé à la frontière de Ext(E), mais également à la frontière de Ext(N **o** E) puisque ces deux frontières sont communes. Cette hypothèse conduit, toujours pour l'objet 'x', à une contradiction en suivant le raisonnement déjà présenté. La levée de la contradiction conclut que cet objet 'x' ne peut pas appartenir à cette frontière et, par conséquent, 'x' doit nécessairement appartenir soit à Ext(□ **o** E), soit à Ext(□ **o** N **o** E). Cette conclusion n'est pas celle d'Anselme, puisqu'il ne retient, dans sa deuxième argumentation, que l'appartenance à Ext(□ **o** E) (« x existe nécessairement ») et pas l'autre alternative, à savoir une localisation dans Ext(□ **o** N **o** E), que tout adversaire d'Anselme se ferait un plaisir de lui opposer. Nous devons donc chercher une interprétation légèrement plus fine des propriétés 'P **o** E' et de 'P **o** N **o** E'.

5.3. Structuration quasi-topologique d'un lieu

Nous allons complexifier les notions topologiques usuelles avec la notion de structuration quasi-topologique d'un lieu 'U' faisant partie d'une famille de lieux contenus dans un lieu référentiel englobant et organisée autour du lieu 'U'[44] . Cette structuration quasi-topologique souhaite étendre la notion de frontière d'un lieu, en munissant ce dernier d'une frontière interne et d'une frontière externe, ainsi que d'un intérieur strict (contenu strictement dans l'intérieur du lieu, quand cet intérieur existe) et d'une fermeture large (contenant strictement la fermeture du lieu, quand cette fermeture existe)[45]. Le lieu 'U' d'une famille ***V*** de lieux autour de 'U', est muni d'*une structure quasi-topologique* (SQT) lorsqu'il existe, dans la famille ***V***, d'un côté, deux parties O_1 et O_2 contenues dans 'U' et, d'un autre côté, deux parties F^1 et F^2 contenant 'U', telles que l'on ait la chaîne (SQT) des inclusions (strictes et non strictes) suivantes :

$$\text{(SQT)} \qquad O_2 \subset O_1 \subseteq U \subseteq F^1 \subset F^2$$

Dans ces conditions, il devient possible de concevoir deux frontières du lieu 'U' : une frontière interne, notée 'fro-int(U)', et une frontière externe, notée 'fro-ext(U)', définies par :

$$\underline{\text{fro-int}}(U) =_{def} F^1 - O_2 \qquad \text{et} \qquad \underline{\text{fro-ext}}(U) =_{def} F^2 - O_1$$

[44] Sur la structuration quasi-topologique avec un traitement d'exemples dans les langues et en anthropologie, voir Desclés J.-P., 2012 ; Desclés J-P. et Guentchéva Z., 2009, 2011.
[45] Voir Desclés J.-P., 2007 ; Desclés J.-P., Pascu A., Jouis C., 2013 ; Desclés J.-P., Pascu A., Biskri I., 2017.

La partie O_2 est dite « *l'intérieur strict de U* » et la partie F^2 « *la fermeture large de U* » ; les parties O_1 et F^1 sont dites respectivement « *intérieur simple* » et « *fermeture simple* » de 'U'. L'intersection de la frontière interne et de la frontière externe de 'U' contient la frontière simple de 'U' définie par [$\underline{\text{fro}}(U) = F^1 - O_1$] ; la frontière large de 'U' est définie par [$\underline{\text{fro-large}}\ (U) = F^2 - O_2$]. Lorsque 'U' se confond avec son intérieur simple, c'est-à-dire [$O_1 = U$], U' est dit « simplement ouvert » et, dans ce cas [$\underline{\text{fro-int}}(U) = U - O_2$]; lorsque 'U' se confond avec sa fermeture simple, c'est-à-dire [$F^1 = U$], 'U' est dit « simplement fermé » et, dans ce cas [$\underline{\text{fro-ext}}(U) = F^2 - U$]. Lorsqu'un lieu 'U' est à la fois simplement ouvert et simplement fermé, [$U = O_1 = F^1$], il peut être muni d'une stucture quasi-topologique simplifiée lorsqu'existent par ailleurs O_2 et F^2 tels que [$O_2 \subset U \subset F^2$], ce qui permet de définir encore la frontière interne et la frontière externe de 'U'.

Remarque : Dans un espace topologique pour lequel on définit une structuration quasi-topologique d'un lieu 'U', les parties O_1 et O_2 font partie de la famille des ouverts qui constituent une topologie, tandis que les parties F^1 et F^2 sont fermées pour cette même topologie ; de plus, dans cette topologie, O_1 est le plus grand des ouverts contenus dans 'U', l'intérieur simple est alors *l'intérieur* (topologique) de 'U' : [$O_1 = \underline{\text{int}}(U)$], tandis que F^1 est le plus petit des fermés contenant 'U', la fermeture simple est *la fermeture* (topologique) de 'U' : [$F^1 = \underline{\text{fer}}(U)$]. Dans la structuration quasi-topologique d'un lieu 'U' d'une famille ***V***, qui n'est pas construite à partir d'un espace topologique, l'intérieur simple O_1 n'est pas obligatoirement le plus grand des ouverts contenus dans 'U' et la fermeture simple F^1 n'est pas obligatoirement le plus petit des fermés contenant 'U'.

Pour un lieu 'U', sa stucturation quasi-topologique est déterminée par un choix précis des parties O_2 et F^2 (par exemple en faisant appel à deux autres lieux autour de 'U') ; le lieu 'U' peut donc se voir muni de plusieurs structurations quasi-topologiques selon les choix de O_2 et de F^2. Ce qui devient opératoire avec la notion de structuration quasi-topologique d'un lieu 'U', c'est de pouvoir entourer 'U' par deux frontières ; pour deux lieux distincts 'U' et 'V' ayant chacun une structuration quasi-topologique, il est possible de définir précisément les conditions qui localisent les deux lieux l'un par rapport à l'autre; en particulier, 'U' et 'V' se « touchent » lorsque leurs frontières externes ont une intersection non vide; 'U' et 'V' sont « contigus » lorsque la frontière externe de l'un a une intersection non vide avec la frontière interne de l'autre[46].

5.4. Interprétation quasi-topologique de 'P'

Revenons à la propriété d'existence 'E' ; les extensions Ext(E) et Ext(N **o** E) appréhendées par la structuration ensembliste sont deux classes complémentaires d'un domaine 'D' d'objets, telles que : [$\text{Ext}(E) \cap \text{Ext}(N\ \mathbf{o}\ E) = \varnothing$] et [$\text{Ext}(E) \cup \text{Ext}(N\ \mathbf{o}\ E) = D$] : tous les objets qui existent dans D sont localisés dans Ext(E) et ceux qui n'existent pas sont localisés dans Ext(N **o** E). Ces classes extensionnelles peuvent être aussi appréhendées sous la forme de lieux ; dans ce cas, l'extension Ext(E) est munie d'une structure quasi-topologique lorsque certains des objets qui existent *vérifient vraiment* la propriété 'E' (« ils existent vraiment ») tandis que d'autres objets se trouvent seulement à la frontière de l'existence car ils peuvent seulement à la rigueur ou à la limite exister[47] ; tous ces objets sont enfermés dans la

[46] Voir des exemples dans Desclés J.-P., 2012 ; Desclés J.-P., Guentchéva Z., 2009, 2011 ; Desclés J.-P., Pascu A., Jouis C., 2013 ; Desclés J-P., Pascu A., Biskri I., 2017.

[47] En mathématiques, on peut parfois avoir démontré seulement l'existence d'objets, par exemple à la suite d'une démonstration par l'absurde, sans pour autant savoir les construire par un algorithme effectif : ces objets existent donc mais ils n'existent pas vraiment aux yeux des constructivistes.

fermeture de l'extension, le lieu des objets qui existent ou peuvent éventuellement exister. L'intérieur strict de Ext(E) est *le lieu de tous les objets qui existent par nécessité* : l'inclusion stricte [$\text{Ext}(\Box\ \mathbf{o}\ E) \subset \text{Ext}(E)$] signifie que les objets qui existent ne sont pas toujours des objets qui existent par nécessité[48]. L'extension $\text{Ext}(\Diamond\ \mathbf{o}\ E)$ est le lieu de tous les objets qui peuvent éventuellement exister, ce lieu contient strictement les objets qui existent, c'est-à-dire : [$\text{Ext}(E) \subset \text{Ext}(\Diamond\ \mathbf{o}\ E)$]. L'extension $\text{Ext}(N\ \mathbf{o}\ E)$ est munie d'une structuration quasi-topologique avec un intérieur strict $\text{Ext}(\Box\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E)$ et une fermeture large $\text{Ext}(\Diamond\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E)$. L'extension des objets qui existent vraiment, que l'on peut noter $\underline{\text{int}}(\text{Ext}(E))$, est l'intérieur simple de l'extension des objets qui existent, d'où l'inclusion : [$\underline{\text{int}}(\text{Ext}(E)) \subseteq \text{Ext}(E)$]. Nous allons maintenant supposer que l'extension Ext(E) est un lieu quasi-topologique simplement ouvert tel que [$\underline{\text{int}}(\text{Ext}(E)) = \text{Ext}(E)$], ce qui revient à dire que l'existence est l'existence véritable mais elle n'est pas confondue avec l'existence nécessaire. Le lieu Ext(E) étant un lieu quasi-topologique simplement ouvert, il est considéré comme n'étant pas simplement fermé et, par conséquent, il doit être inclus strictement dans sa fermeture. Nous admettons les mêmes propriétés pour l'extension $\text{Ext}(N\ \mathbf{o}\ E)$. Avec cette condition sur les deux extensions Ext(E) et $\text{Ext}(N\ \mathbf{o}\ E)$, nous avons les deux chaînes d'inclusions strictes autour de ces deux lieux avec des structurations quasi-topologiques simplifiées :

$$\text{Ext}(\Box\ \mathbf{o}\ E) \subset \text{Ext}(E) \subset \text{Ext}\,(\Diamond\ \mathbf{o}\ E) \qquad \text{et} \quad \text{Ext}(\Box\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E) \subset \text{Ext}(N\ \mathbf{o}\ E) \subset \text{Ext}(\Diamond\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E)$$

avec les frontières internes et externes suivantes :

$$\underline{\text{fro-int}}(\text{Ext}(E)) = \text{Ext}(E) - \text{Ext}(\Box\ \mathbf{o}\ E)$$
$$\underline{\text{fro-ext}}(\text{Ext}(E)) = \text{Ext}(\Diamond\ \mathbf{o}\ E) - \text{Ext}(E)$$

$$\underline{\text{fro-int}}(\text{Ext}(N\ \mathbf{o}\ E)) = \text{Ext}(N\ \mathbf{o}\ E) - \text{Ext}(\Box\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E)$$
$$\underline{\text{fro-ext}}(\text{Ext}(N\ \mathbf{o}\ E)) = \text{Ext}\,(\Diamond\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E) - \text{Ext}(N\ \mathbf{o}\ E)$$

Nous n'identifions pas, comme nous l'avons examiné précédemment, l'opérateur 'P' (« est pensable ») avec l'opérateur modal '◊' (« est possible »). La signification des propositions '$(P\ \mathbf{o}\ E)(y)$' et de '$(P\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E)(y)$' est toujours « y est localisé à la frontière de Ext(E) » et « y est localisé à la frontière de $\text{Ext}\,(N\ \mathbf{o}\ E)$ » mais, maintenant, les localisations sont plus spécifiques : les opérateurs 'P' et '$P\ \mathbf{o}\ N$' localisent 'y' dans les frontières externes des lieux quasi-topologiques respectifs Ext(E) et $\text{Ext}(N\ \mathbf{o}\ E)$[49] :

$$\text{Ext}(P\ \mathbf{o}\ E) =_{\text{def}} \underline{\text{fro-ext}}(\text{Ext}(E)) = \text{Ext}\,(\Diamond\ \mathbf{o}\ E) - \text{Ext}(E) \subseteq \underline{\text{fro-large}}(\text{Ext}(E))$$
$$\text{Ext}(P\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E) =_{\text{def}} \underline{\text{fro-ext}}(\text{Ext}(N\ \mathbf{o}\ E)) = \text{Ext}\,(\Diamond\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E) - \text{Ext}(N\ \mathbf{o}\ E) \subseteq \underline{\text{fro-large}}(\text{Ext}(N\ \mathbf{o}\ E))$$

avec les conditions qui contribuent à spécifier également la sémantique de 'P' et à le différencier de '◊' :

$$\text{Ext}(N\ \mathbf{o}\ P\ \mathbf{o}\ N\ \mathbf{o}\ E) = \text{Ext}(\Box\ \mathbf{o}\ E) \qquad \text{et} \qquad \text{Ext}(N\ \mathbf{o}\ P\ \mathbf{o}\ E) = \text{Ext}(E)$$

[48] L'objet désigné par *Platon* a une existence dans l'histoire de la philosophie mais 90° qui mesure l'angle opposé à l'hypoténuse d'un triangle rectangle a une existence nécessaire, au moins dans la géométrie euclidienne.

[49] Voir la figure 3.

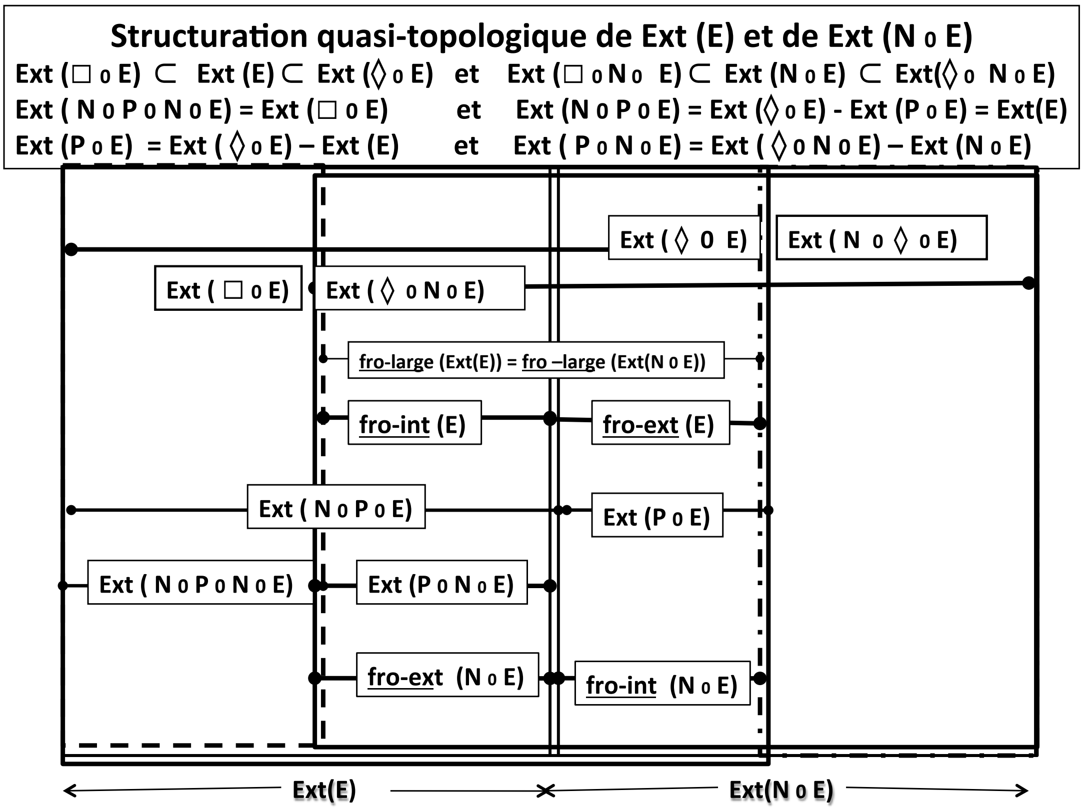

Figure 3 : Les extensions Ext(P **0** E) et Ext(P **0** N **0** E) sont des frontières externes des lieux respectifs Ext(E) et Ext(N **0** E).

Reprenons, une fois de plus, le raisonnement d'Anselme à propos de l'objet indéterminé 'x' = « *id quo* ... ». Ce raisonnement part de l'expérience de pensée proposée par l'*insipiens* : imaginons que l'objet 'x' appartienne à Ext (P **0** E), c'est-à-dire que 'x' soit localisé à la frontière externe de Ext(E), ce qui revient à imaginer, par la pensée, que l'objet 'x' puisse, étant sur cette frontière externe, éventuellement ne pas exister ; comme l'*insipiens* pense et affirme que cet objet 'x' effectivement n'existe pas, Anselme lui prouve, toujours en se référant à la signification de cet objet 'x', qu'il est dans la contradiction ; pour en sortir, l'objet 'x' pensé comme non existant par l'*insipiens* ne peut pas être localisé dans la frontière externe Ext(P **0** E), d'où l'inclusion : Ext(N **0** P **0** E) = Ext(E) et finalement 'x' doit en fait être localisé dans le lieu des objets qui existent vraiment. En tenant compte que l'existence est première, la construction de la frontière externe de Ext(E) est indépendante de Ext(N **0** E) et ainsi, ne pas être localisé dans la frontière externe, c'est être localisé à l'intérieur de Ext(E).
Pour le second raisonnement, l'expérience de pensée accepte cette fois que l'objet 'x' soit effectivement imaginé comme étant localisé plus spécifiquement dans la frontière externe de Ext(N **0** E), c'est-à-dire comme un objet non existant de Ext(P **0** N **0** E) mais pouvant néanmoins avoir éventuellement une existence ; de par la signification et la construction de 'x', cette hypothèse fait à nouveau surgir une contradiction ; cette hypothèse doit par conséquent être rejetée et 'x' ne tombe pas sous 'P **0** N **0** E' mais sous la propriété opposée 'N **0** P **0** N **0** E', ce qui revient à localiser 'x' dans l'extension Ext (□ **0** E) des objets qui ont une nécessaire existence. L'obtention de ce résultat est renforcée par la connaissance que 'x' est vraiment existant, obtenue dans le précédente preuve, ce qui entraîne que, puisque 'x' n'appartenant pas à la frontière externe de Ext(N **0** E), il doit être localisé dans l'intérieur strict Ext(□ **0** E) de Ext(E).

6. Quelques remarques conclusives

Le propos de cet article ne visait pas à vérifier si l'argumentation d'Anselme était recevable ou ne l'était pas. Il s'agissait, de façon plus modeste, de démonter les mécanismes logiques sous-jacents aux deux arguments en prenant appui sur les outils techniques de la logique contemporaine et de l'analyse mathématique. Notre examen de l'*unum argumentum* a cherché à représenter dans un formalisme logique la signification de propriétés mentionnées, sans s'imposer à raisonner uniquement avec des classes extensionnelles d'une ontologie. Le formalisme de la logique combinatoire (LC) de Curry donne des moyens techniques solides pour appréhender « en intension » les significations qui sont conçues directement comme des compositions de propriétés plus élémentaires, ce que la logique classique ne peut faire qu'en se ramenant à des classes extensionnelles. La Logique de la Détermination des Objets (LDO) a pour objectif de pouvoir raisonner sur des objets intensionnels, plus ou moins déterminés, voire complètement indéterminés, et éventuellement contradictoires, localisés dans l'étendue d'un concept, sans que ces objets soient obligatoirement exemplifiés par des objets complètement déterminés de l'extension du concept. Cette approche logique se développe, avec encore quelques tâtonnements, pour raisonner avec des déterminations apportées à un objet complètement indéterminé représentant un concept qui n'a pas *a priori* des exemplaires qui existeraient effectivement dans l'extension du concept, problème qui est parfaitement illustré par *l'unum argumentum*.

Quelques points de méthode méritent d'être soulignés. Mentionnons-les rapidement :

1°) L'expression *Quo nihil majus cogitari potest* n'est pas une définition, c'est seulement une propriété descriptive qui caractérise un objet indéterminé par un syntagme nominal de façon à en parler.
2°) *Quo nihil majus cogitari potest* ne renvoie pas à une propriété qui serait *a priori* dans l'essence du concept '^G' ; l'argument ne cherche donc pas, comme cela est parfois dit, à « passer de l'essence à l'existence » ; en revanche, la conclusion du second argument nous fait découvrir une propriété qui mériterait sans doute de faire partie de l'essence.
3°) Vouloir comprendre le concept « être-Dieu », c'est-à-dire avec notre notation, le concept '^G' défini par < G, Ess(^G), Int(^G) >, c'est vouloir approcher (au moins en partie) son essence et son intension mais ce n'est pas l'ambition d'Anselme qui reconnaît qu'il lui est impossible de découvrir, par la seule raison, quelles sont les propriétés essentielles du concept '^G'. Néanmoins, pour Anselme, l'objet '**τ**(^G)', qui représente, en tant qu'objet complètement indéterminé, le concept '^G', est concevable comme objet de l'étendue des objets simplement imaginables par la pensée.
4°) L'expression *quo nihil maius cognitari potest* formule dans une langue une propriété qualifiante de l'objet indéterminé '**τ**(^G)' ; l'*insipiens* et Anselme, en utilisant la même langue, doivent « comprendre ce qu'ils entendent », en attribuant la même signification à l'objet ainsi qualifié dans l'étendue Ext(^G) et en prenant d'éventuelles valeurs référentielles (ou des absences de valeurs référentielles) dans l'extension Ext(^G).
5°) L'argument raisonne avec des objets indéterminés de l'étendue et non avec des objets « de plus en plus grands » localisés dans l'extension ; c'est une approche conceptuelle de l'argument et non pas une approche ontologique.
6°) L'existence conceptuelle d'un objet non contradictoire construit par des déterminations explicites, peut être ainsi distinguée de son existence sensible.

7°) La relation « est plus grand que » porte sur des propriétés et ne porte pas sur des comparaisons entre des objets extensionnels.

Notre analyse met en évidence certains traits cognitifs et logiques de l'*unum argumentum* en soulignant le rôle que joue la relation « est plus grand que » dans le fonctionnement déductif à la fois dans l'argument *de facto* et dans l'argument *de jure*. En tenant compte des structurations topologiques et quasi-topologiques des extensions, elle propose une interprétation de cette relation et de l'opérateur 'P' (est pensable) non assimilable à l'opérateur épistémique '◊'. Il y a encore beaucoup à dire sur cette interprétation et sur la recevabilité ou non recevabilité de l'argument fantastique avancé, bien avant le siècle des Lumières, par ce moine logicien du Moyen Âge qui a osé penser par lui-même, avec les instruments de la raison, ce qui lui était donné par sa foi.

Références bibliographiques

Anselme de Cantorbéry (saint), *L'Œuvre de s. Anselme de Cantorbéry*, I, *Monologion, Proslogion*, Introduction, traduction et notes par Michel Corbin, S.J., Éditions du Cerf, Paris, 1986.

Anselme de Cantorbéry (saint), *Fides quaerens intellectum, id est Proslogion, liber Gaunilonis pro insipiente atque liber apologeticus contra gaunilonem*, texte et traduction par A. Koyré, Paris, Vrin, 1982.

Arnauld A. et Nicole P., *La logique ou l'art de penser* [1ère éd. J. Guignard, Ch. Savreux et J. de Launay, Paris, 1662], Gallimard, Paris, 1992.

Auroux S., *La logique des idées*, Montréal, Bellarmin / Paris, Vrin, 1993.

Barbut M., « Topologie et algèbre de Kuratowski », in *Mathématiques et Sciences Humaines*, n°12, 1965, p. 11–27.

Barth K., *Anselme S. Fidens qaerens intellectum. La preuve de l'existence de Dieu*, Labor et Fides, Genève, 1985.

Cattin Y., *La preuve de Dieu. Introduction à la lecture du Proslogion de Anselme de Canterbery*, Paris, Vrin, 1980.

Church A., « A Formalization of the Simple Theory of Types », in *Journal of Symbolic Logic*, vol. 5, n°2, 1940, p. 56–68.

Church A., *The Calculi of Lambda-Conversion*, *Annals of Mathematical Studies*, volume 6, Princeton University Press, Princeton, 1941.

Corbin M., « Essai sur la signification de l'*unum argumentum* du *Proslogion* », in *Revue de l'Institut Catholique de Paris*, n°16, 1985, p. 25–49.

Corbin M., *Saint Anselme*, Paris, Editions du Cerf, 2004.

Courtine J.-F., « Présentation » in Meinong, 1999, p. 7–62.

Culioli A., *Variations sur la linguistique. Entretiens avec Frédéric Fau*, Klinsieck, Paris, 2002.

Curry H., « Grundlagen Der Kombinatorischen Logik », in *American journal of mathematics*, vol. 52, 1930, p. 509–536, p. 789–834.

Curry H. et Feys R., *Combinatory Logic*, North Holand, Amsterdam, 1958.

Curry H., Hindley J. et Seldin J.-P., *Combinatory Logic*, vol. II, North Holand, Amsterdam, 1972.

Desclés J.-P., « Implication entre concepts: la notion de typicalité », in *Travaux de linguistique et littérature*, vol. 24, n°1, Strasbourg, 1986, p. 179–202.

Desclés J.-P., « La double négation dans l'*Unum Argumentum* analysé à l'aide de la logique combinatoire », in *Travaux de logique*, vol. 59, CdRS, Université de Neuchâtel, 1991, p. 33–74.

Desclés J.-P., « Categorization : a Logical Approach to a Cognitive Problem », in *Journal of Cognitive Sci*ence, vol.3, n°2, Université Nationale de Séoul, Corée du Sud, 2002, p. 85–137.
Desclés, J-P., « Schèmes et topologie (de Kant à la sémantique cognitive) », in *Colloque Histoire des mathématiques et sciences sociales*, EHESS, 15-17 novembre, Paris, 2007.
Desclés J.-P., « De la définition chez Pascal aux définitions en Logique Combinatoire », in *Travaux de logique,* vol. 19, CdRS, Université de Neuchâtel, 2008, p. 73–113.
Desclés J.-P., « Du trimorphe aux frontières quasi-topologiques », « Frontières épaisses », in *Ateliers d'anthropologie,* n°37, 2012.
Desclés J.-P., « A Logical Analysis of the Anselm's Unum Argumentum (from *Proslogion*) », in *Logica Universalis*, vol. 11, 2017, p. 105–119.
Desclés J.-P. et Gentchéva Z., « Quasi Topological Representations (QTR) of Spatial Places and Spatio-Temporal Movements in Natural Languages », in G. Marota G. et *al*. (éd.), *Space in language: Proceedings of the Pisa international conference*, Pisa, Edizioni ETS, 2009, p. 213–233.
Desclés J.-P. et Gentchéva Z., « Trimorphe et topologie », in Ouattara A. (éd.), *La linguistique de Bernard Pottier, bilan, critiques, perspectives*, Rennes, Presses Universitaires de Rennes, 2011, p. 217–252.
Desclés J.-P. et Guentchéva Z., « Référentiels aspecto-temporels : une approche formelle et cognitive appliquée au français », in *Bulletin de la Société Linguistique de Paris*, vol. 56, n°1, 2011, p. 95–127.
Desclés J.-P. et Guibert G., *Le dialogue, fonction première du langage. Analyse énonciative de textes*, Paris, Honoré Champion, 2011.
Desclés J.-P., Guibert G. et Sauzay B., *Logique combinatoire et λ-calcul : des logiques d'opérateurs*, Vol. I, *Calcul de significations par une logique d'opérateurs*, Vol. II, Toulouse, Cépaduès, 2016.
Desclés J.-P. et Pascu A., « Logic of Determination of Objects, LDO: How to Articulate 'Extension' with 'Intension' and 'Objects' with 'Concepts' », in *Logica Universalis*, n°5, 2011, p. 75–89.
Desclés J.-P. et Pascu A., « The Cube Generalizing Aristotle's Square in Logic of Determination of Objects, LDO », in J.-Y. Beziau et D. Jaquette (éd.), *Around and Beyond the Square of Opposition*, Berlin, Springer Verlag, 2012, p. 277–291.
Desclés J.-P., Pascu A. et Jouis C., « The Logic of Typical and Atypical Instances (LTA) », in *Proceedings of the Twenty-Sixth International Florida Artificial Intelligence Research Society Conference, FLAIRS13*, Miami, AAAI Press, 2013, p. 321–326.
Desclés J.-P. et Pascu A., « Logique de la Détermination des Objets (LDO) : structuration topologique et quasi-topologique des extensions », in *La logique en question / Logic in Question*, Université de Paris-Sorbonne, 2016.
Desclés J.-P., Pascu A. et Biskri I., « A Quasi-Topologic Structure of Extensions in the Logic of Typical and Atypical Objects (LTA) and Logic of Determination of Objects (LDO) », in *Proceedings of the 31th FLAIRS Conference*, Miami, AAAI Press, 2017.
Fitch F., *Elements of Combinatory Logic*, Yale, Yale University Press, 1974.
Frege G., *The Basic Laws of Arithmetic, exposition of the system, translated and edited with an introduction, by Montgomey Furth*, Berkeley / Los Angeles, University of California Press, 1893/1967.
Gilson E., « Sens et nature de l'argument de Saint Anselme », in *Cours au Collège de France*, repris dans *Etudes médiévales*, Paris, Vrin, 1934.
Ginisti J.-P., *La Logique combinatoire*, Que sais-je ? n°3205, Paris, Presses Universitaires de France, 1997.

Grize J-B., *Logique moderne, Fascicule III*, Gauthier-Villars, Paris, Mouton, Paris La Haye, 1973.
Hilbert D., « The Foundations of Mathematics », (1927), in Van Heijenoort J. (éd.), *From Frege to Gödel, A source Book in Mathematical Logic, 1879-1931,* Cambridge Massachusetts, Harvard University Press, 1971, p. 464–479.
Hindley J-R. et Seldin J.-P., *Lambda-calculus and combinators, an introduction*, Cambridge, Cambridge University Press, 2008.
Jacques F., *Dialogiques, recherches logiques sur le dialogue*, Paris, Presses Universitaires de France, 1979.
Kuratowski K., *Introduction à la théorie des ensembles et à la topologie*, L'enseignement des mathématiques, Institut de mathématique de l'université de Genève, 1966.
Ladrière J., « L'explication en logique », in L. Apostel et *al*. (éd.), *L'explication dans les sciences*, Paris, Flammarion, 1973, p. 19–56.
Leclercq B., « Quand c'est l'intension qui compte. Opacité référentielle et objectivité », in *Bulletin d'Analyse Phénoménologique*, vol. 6, n°8, 2011, p. 83–108.
Le Guern M., *Les deux logiques du langage*, Paris, Honoré Champion, 2003.
Le Ny J-F., *Science cognitive et compréhension du langage*, Paris, Presses Universitaires de France, 1989.
Le Ny J-F., *Comment l'esprit produit du sens. Notion et résultats des sciences cognitives*, Paris, Odile Jacob, 2005.
Lewis C. I. et Langford C.H., *Symbolic Logic* [2e éd.], New York, Dover Books, 1959.
Martin R., *Pour une logique du sens*, Presses Universitaires de France, Paris, 1992. Meinong A., *Théorie de l'objet et présentation personnelle* [1904/1921], Paris, Vrin, 1999. Moreau J., *Pour ou contre l'insensé ? Essai sur la preuve anselmienne*, Paris, Vrin, 1967.
Nef F., *L'objet quelconque. Recherches sur l'ontologie de l'objet*, Paris, Vrin, 1998.
Pariente J.-C., *L'analyse du langage à Port-Royal. Six études logico-grammaticales*, Paris, Les Éditions de Minuit, 1985.
Payot R., *L'intuition ontologique et l'introduction à la métaphysique*, Paris, Vrin, 1986.
Russell B., « Mathematical Logic as Based on the Theory of Types » (1908) in Van Heijenoort J. (éd.), *From Frege to Gödel, A source Book in Mathematical Logic, 1879-1931,* Cambridge Massachusetts, Harvard University Press, 1971, p. 150–182.
Schönfinkel M., « On the Building Blocks of Mathematical Logic, (1924) », in Van Heijenoort J. (éd.), *From Frege to Gödel, A source Book in Mathematical Logic, 1879–1931,* Cambridge Massachusetts, Harvard University Press, 1971, p. 355–366.
Seldin J. P. et Hindley J. R. (éd.)*, To H.B. Curry : Essays on Combinatory Logic, Lambda Calculus and Formalism*, Cambridge, Academic Press, 1980.
Seldin J-P., « Haskell Brook Curry (1900–1982) » in *Internet Encyclopedia of Philosophy*, https://www.iep.utm.edu/curry/, 2019.
Van Heijenoort J. (éd.), *From Frege to Gödel, A source Book in Mathematical Logic, 1879–1931*, Harvard University Press, Cambridge Massachusetts, 1971.
Vidal-Rosset J., « Les preuves "par les effets" de l'existence de Dieu chez Anselme et chez Descartes », in Archives Henri Poincaré, Nancy, 201.
Vuillemin J., *Le Dieu d'Anselme et les apparences de la raison*, Paris, Aubier-Montaigne, 1971.